

「教える」ということの意識向上のために 数学科教育法と同演習の連携による教科指導法について

内田 芳宏

1. はじめに

私は、数学科教育法1と数学科教育法演習1を2009年度から担当させて頂いている。本務校は立教池袋中学校高等学校であるが前任校と合わせると数学科の教員として29年教壇に立っており、現場で生徒がどこで戸惑い、どのように授業を受け止めるのかということを重点においている。ここでは、教育法1と同演習1

のつながりを明らかにして、履修している学生が数学を実際に教えるということはどういうことなのかを自分自身で考え、理解するためにどのような実践を行っているかを報告する。

まず、両者のシラバスから講義や演習の目標および内容を以下に併記する。

数学科教育法1

授業の目標

実際に指導する教科「数学」の指導法に留まらず、中学・高校で指導するという視点にたち、数学に対する考え方の内容を広く深い立場から理解する。

数学科教育法演習1

実際に指導する教科「数学」の指導法を研究し、実践することで、中学・高校で学習する内容を広く深い立場から理解する。

授業の目標

日々行われる授業の中で、課題となっている事項に関して評価法、テスト、指導内容について検討する。さらに、生徒の認識の特徴、指導における要点や学年を超えた項目のつながりを示すことにより、指導法の解決の糸口を考察する。加えて、戦後日本の数学教育史や学習指導要領の変遷にも触れ、数学教育の立場から見た歴史的变化も紹介する。

日々行われる授業の中で、課題となっている事項に関して、生徒の認識の特徴、指導における要点等を示すことで、解決の糸口を実践する。様々な視点から、数学科教育法1における課題を基調に模擬授業を行う。数学科教育法演習2と内容は重複しない。以下略。

演習の内容にある「数学科教育法1における課題を基調に模擬授業を行う」ということに関して説明する。

2. 数学科教育法1の課題について

課題はある分野の総括テストを作ることであ

る。ある単元の教科課程を理解し、その定着を測るためのテストが総括テストであるので、学生にとってかなり時間のかかる課題である。課題の内容は変わらないが、表現や範囲等が変わっているので、比較のために2009年度と2015年度において学生に提示した内容を提示

する。2015 年度の方は、かなり長くなっているが、年々学生からの質問に対応している関係で、少しずつ文言が増えていったと考えて頂きたい。

2009 年度

中学校および高等学校で指導する分野の単元を 1 つ選び、その単元全体の習熟度や定着度を調べるための試験時間 40 分～45 分の総括テストを作る。どうしてその問題を出題したのか、問題毎に理由を入れ、模範解答も作ること。

提出物は出題の選んだ章・単元名、テスト問題、主旨、模範解答の 3 つである。用紙のサイズは A 4 で、枚数に制限はない。

2015 年度

中学校および高等学校で指導する単元を下の対象範囲から 1 つ選び、その単元全体の習熟度や定着度を調べるための試験時間 40 分～50 分の総括テストを作る。どうしてその問題を出題したのか、問題毎に理由を入れること。また、1 度 7 月 9 日¹にグループで解きあい、修正したものを 16 日に提出する。

もし、7 月 9 日に修正することになった場合は、どのような指摘を受けて、どのように修正を加えたのかも記すこと。修正前（7 月 9 日）のテストと修正後（7 月 16 日）のテストの両方を提出する。

提出物は出題の選んだ章・単元名とその理由、修正前と修正後のテスト問題（問題の羅列でも、

テストのような形式であっても可）、修正後の小問も含め問題ごとに出題した主旨、目的、解説、解答を作成する。ワード、TEX 等のデジタルツールで作成し、用紙のサイズは A 4 で、枚数に制限はない。

対象範囲

- ・中 1 正負の数 または 文字と式
- ・中 2 連立方程式 または 1 次関数
- ・中 3 平方根 または 三平方の定理
- ・高 1 2 次関数 または 確率（期待値は含めないが、条件付き確率は含む。場合の数は含めない）または 三角比（正弦定理、余弦定理を含めてもよい）
- ・高 2 三角関数 または 対数関数 または 指数関数
- ・高 3 微分法 または 積分法

この変更は 2011 年度に行い、その後は学生からの課題についての質問やフィードバックレポート²に書かれた内容から、細かい修正をして、今に至っている。

最も大きな変更点は、課題の総括テストを作る対象の範囲を限定したことである。2009 年度、2010 年度は課題の範囲はその選択は学生に任されていた。提出された課題の範囲が重なることもあったが、ばらつきもあったが、結果として提出された分野にバリエーションに富んでいたのも事実である。

2011 年度に変更した最も大きい要因は東日本大震災である。当時の前期の授業開始が 5 月からになり、シラバスの内容はほぼそのままて授業数が減少したため、内容を精選することに

¹ 提出の 1 週前に完成させて、グループで解きあうことにしている

² 「何でもフリートーク」といい、授業の最後にその時のテーマで記入してもらっている。

なった。

しかし、学生が課題を制作する期間は大きく変わることになったが、学生に課す課題について変更することはなかった。これまで1ヶ月程度かかっていた作成期間が大幅に短縮することはできないと判断した。というのも、一方、1ヶ月半かかる履修内容を1ヶ月に集約されて受講するだけでも学生にとって負担であり、以下の視点に立つことで、これまで学生に任せていた総括テストを作る範囲を限定することにしたのである。

- ・実際の中高の教育課程の中から活用範囲が広実こと。
- ・中高生が学ぶとき、定型的な解き方がある部分と個々に対応しなければならない部分があること。

一方、課題の範囲が固定化されたことで、バリエーションは減ったものの、課題が固定したことで、複数の学生が同一の範囲で課題を作成するようになった。このメリット後に述べるが、これが、課題を元には戻さないで継続して行われることになったのである。

3. 総括テスト制作のための準備について

さて、数学科教育法1の内容は、大きく2つに分かれる。同シラバスでは、

数学科教育法1の授業計画から

1. オリエンテーションと数学教育について
2. 戦後数学教育の変遷と学習指導要領の変遷1
3. 戦後数学教育の変遷と学習指導要領の変遷2

4. 数学科教育のテスト・評価・評価法1

5. 数学科教育のテスト・評価・評価法2

6. 指導案・授業案・板書案1

7. 指導案・授業案・板書案2(提出課題発表)

8. ～12. 様々な指導分野教育について1～5

13. 映像・ICT関連も含めて

14. まとめ・課題提出

すなわち、1～7回は、学習指導要領の変遷を含めた数学科教育の総論、8～14回は、より具体的な数学教育の各論である。6、7回に関しては、数学科教育法演習2で対応する部分であるが、全く知らずに同科目を受けるよりは、事前教育は必要と考え、同科目と重複しないような指導案や板書、板書案等について触れるだけにとどめている。

教育実習を次年度に控え、学生はどうしても授業や指導法について目が行きがちである。学生からテクニク的な質問が多いことからわかる。しかし、数学科教育を問わず評価については、教員になるまでに少なくとも一度は学習しておかなければならない大きな項目の一つであると考えている。テストや評価は誰のためなのか、どういうものなのかという問いかけには、生徒や児童のためという答えが殆どであり、指導者にとってテストや評価がどのようなものであるかを考えたことのある学生は数少ない。

そこで、評価の種類や目的について、講義をすることになっている。相対評価、絶対評価、到達度評価、形成評価をはじめとする様々な評価法には考え方があり、生徒に提示する5段階評定や観点別評価の関係や内容、およびそれらの

目的が中心となっている。そして、その根底には、年間授業計画、単元ごとの指導計画、ある1時間の授業計画に対して、目標を常に検討しつつ、最善の指導を行うために必要なステップを提示しなければならないことがある。評価やテストの持つ意味や意義の奥の深さをこのときに学生が実感するのである。

テストや評価法ほど学校によって、あるいは担当教員によって一番差の出るものでもあるのも事実である。同じ単元であっても、担当者が異なると、核となる問題や出題される問題が異なるのである。異なっていることがよくないと言っているわけではない。授業の組み立て方次第で、評価するポイントが変わり、それに伴ってテストの内容も微妙に変わるからである。よって、統一的な指導法や評価法は存在しないことを理解するために、学生が中高生時代に受けたテストや評価について報告し合う時間を持つようにしている。普通は学校単位でそれぞれの基準を持っているものなのであるが、それを学生が中高生のときに感じることはまれである。

私の同僚の教員から次のような話を聞いたことがある。その同僚が以前勤務していた学校での出来事である。ある新任教員が1学期の中間テスト当日になっても、自分の教科の定期テストができていないという出来事があった。事情を聞いてみると授業は、教育実習や教職の授業で経験し、現場でもアドバイスを受けていたが、テストを作ることは経験したことがなく、どのようにしたらテストが作れるのかが分からなかった。そして、自分の教えた内容をきちんと把握するためのテストが何なのかを考えていた

ら、当日になってしまったというのである。

この話を聞いていたのでどのような形であるにせよ、ある単元をすべて勉強して（理解するというのが理想であるが）、総括テストを含めて、自分の教育目標に合わせたテストを作ってみることが必要なことではないかと考え、このような課題にしている。

一方、学生側にたつと、いきなり総括テストを作れといわれても、非常に厳しいものである。どうしても目の前の授業に目を向けがちになってしまう。1つ1つの授業が点で、それらが連続して成り立つ1年間もしくは3年間の指導計画やカリキュラムを考えるのが線、小学校、中学校、高等学校という異校種間でのつながりを考えるのが面であると考えている。点から線、面に続くような思考の範囲を広げていく大切さを後半の7回の講義で対応している。

さらに、目の前の点への対応だけではなく、その1つ1つの点がどのようにつながり、どのように広がっていくか、せめて中高6年間分の数学科の教科指導内容の流れを掴むことで、教えるということへの知識の広がりや立場を理解してもらおうと考えている。

そのためには学習指導要領だけではなく、東京書籍、啓林館という教科書出版社に協力して頂き、分野ごと、校種ごとの指導内容のつながりの提示している多くの教員向け資料を学生に提供できている。

つまり、ある単元の総括テストを作るということは、最低でもその単元に内容を理解しておかなければならない。さらに欲を言うとするならば、1年分の指導内容を押さえ、その単元の前学年や次学年にどのようにつながっていくか

を知っていることになるのである。

4. 数学科教育法1の課題を実施して

一度も授業の体験のない学生には、そのような繋がりを考えて総括テストを作ることができるのか、数学科教育法1の学期末のレポートの課題を提出した後に学生からは、次のような感想や意見が毎年書かれるが。総括テストの作成の難しさより、経験値を高められたような感想の方が多。

- ・①自分の作った問題のレベルや、出題量が適正であるかを知りたい。
- ・②本当に総括テストして、単元を網羅しているかを知りたい。

そのための解決策として、今は3つ考えている。1つ目は、学生同士が問題を解き合う時間を2011年度からあえて確保したことである。相互で話し合いをして、新しい視点や指摘により、内容の濃いもの、より適正な総括テストに近づけることを最大目標とした。特に、以下の3点について学生にとって好評であった。

- ・お互いに初見で問題を解くことで、解くための時間の予測ができる。
- ・それぞれが体験してきたテストと作った問題の違いを体感する。
- ・自分が作成した範囲と異なる範囲であっても、総括テストであるために範囲が想像できるようになる。

しかし、これだけでは、学生の視点でしか

いたため、さらなる対応策として、提出された課題をすべて私が添削することにした。時間はかかるが、学生一人一人の思いや熱意が伝わる課題であるので、私にとっても添削は、大いに刺激になる。添削をすることで、①と②に関してかなり厳しく指摘して、学生に伝えることができていると考えているが、さらに学生相互でもっと改善することで、学生に新たな意識を持たせたいと考えた。

ここで、課題の範囲を限定したことに一旦戻る。複数の学生が同一の範囲で課題を提出するようになったと先に記述した。そこで2015年度からは、相互に問題を解き合うとき、同じ範囲で作成した学生で3～4名のグループを作ることにした。これが3つ目である。その結果、今までは数少なかった次のような感想が多く「何でもフリートーク」に書かれた。

- ・同じ内容の問題があり、そのような問題は、その単元の核心であったり、必須であったりする問題である。
- ・同じ内容の問題であっても、設問を変えることで、難易度が変わる。小問を入れることで解法が誘導できるが、入れないと総合問題のようになり、いろいろなバリエーションが生まれる。
- ・変数や係数を少し変わるだけで、問題を解く時間が変わる。
- ・出題数が異なるため、解くための時間が異なり、問題が多すぎないか、少なすぎないかなど適正な時間で解けるかが分かる。

このように、私が意図したことを実感してく

れているが、講義で伝えても伝えきれないことが、たった一回の体験で、実感できているのである。それでも、総括テストを作るという課題はたとえ塾などで教えていたとしても、難しい課題であることは間違いない。せっかく作った総括テストをさらに活用できないかと考えている。

5. 数学科教育法演習 1 の課題とは

数学科教育法演習 1 の学期末のレポートの課題は、2009 年から一度も変更していない。それもこの課題は必ず第 1 回目の講義で、オリエンテーションを兼ねて提示している。

次の A と B は模擬授業に関する課題、C は数学の教員になるためには一度は読んでもらいたい新書の感想文という組み合わせである。

- ・ A 実践した授業の指導案・板書案・教材
- ・ B 実践報告書（文字数は自由）（選んだテーマ、準備時の留意点、実践後の感想や反省、受けた人からの感想から得たもの等）
- ・ C 以下の新書を読み、そこから何を感じたかを 2000 文字程度でまとめよ。岩波新書（青）遠山啓著 数学の教え方・学び方

秋学期の 1 回目の講義で課題が発表になるので、毎年のことであるが、学生にとってインパクトがあり、数学科教育法演習 1 の受け方のポイントや主題が学生に伝わるのである。

数学科教育法 1 の課題とのつながりは、課題 A の模擬授業の内容である。実は、これまで 3 回の変化がある。模擬授業は多くても一人 10 分程度で、質疑を含めての最大で 15 分程度

でしか実施ができない。履修者の総数によっては 10 分という年度もあった。

2009 年度～ 2010 年度

中高 6 年間の範囲のなかから自由に単元を選び、授業する。

2011 年度～ 2012 年度

数学科教育法 1 の課題で選んだ単元から、授業する。

2013 年度～ 2015 年度

数学科教育法 1 の課題で作った問題から 1、2 題選び、授業する。

この流れは、学生にとっては、次のような利点と課題が存在すると考えている。

課題

- ・ 授業の対象となる単元が限定されることで、多くの分野がある中で、授業をする上での選択の範囲が狭まる。
- ・ 上記のことで、聞き手にとっても授業の分野が限定されてしまう。

利点

- ・ 総括テストからの授業体験である。指導する単元の内容が把握できているので、すぐに授業案を作ることができる。
- ・ 聞き手にとっても、何度か同じ分野の授業を受けることになるので、比較や繰り返しにより、その単元のポイントとなることが理解しやすくなる。

総括テストから 1、2 問選ぶということは、

テストの問題解説に近い模擬授業となるが、いくつかの注意点を付記しているので、テスト問題解説だけには陥らないようにしている。本来総括テストの解説は、その単元を履修し終えている生徒への授業となる。復習よりも採点して、できたところ、できなかったところを判断して、解説することになる。一方、この模擬授業では、その単元を初見する学生もいることから、復習の意味も含めて、丁寧に授業をすることを心がけている。

同じ単元で問題を作成する学生が数名ずついるが、総括テストの内容が一言一句完全に一致するテストは存在しないばかりか、授業者も出題のポイントが異なる関係で、同じ単元であっても、同一問題の模擬授業を受けることはないのである。教える側も聞く側も非常に新鮮な思いであり、「この言い方は?」、「自分ならこのように板書する」、「計算の手順も私ならこうする」等自分で考えながら模擬授業を聞くことができるのである。

6. 数学科教育法演習1の課題を実施して

数学科教育法演習1の課題の中心は、模擬授業の報告書であるが、模擬授業での注意事項、指導事項のポイントは次の2点である。

- ①指導内容を的確に伝えること
- ②指導内容にふさわしい板書を考えること

①は、話し方、声の大きさだけでなく、日本語の持つ曖昧さと排除しつつ正しい用語や表現を用いることを意味している。

これまでの私の経験から、数学の教員は代名詞を使って説明することが他教科の教員よりも多いと感じている。その一例をあげる。

これを展開して…

この式の3倍とこの式の2倍の差を作ると…

ここを基準に考えると…

これの midpoint と…

せめて、次のように発声してもらいたいものである。先の例では順に上から、

この式を展開して…

(1)の式の3倍と(2)の式の2倍の差を作ると…

点Aを基準に考えると…

線分ABの midpoint と…

さらに式の読み方が、何通りも存在する場合があります、生徒が混乱することがある。また、教科書には式の読み方は記載されていない。編纂者にきいてみてわかったことは、読み方を示すと、このようには読まないのではないかという指摘がかなりあるということである。すなわち、式の読み方は、私も含めて自分が教わった教員がどのように読んでいたかで決定されることが多いと考えている。しかし、生徒を混乱させるのは、それだけではない。日本語の曖昧さも大きい。読み方が多いということは、状況に合わせて読み替えられるというメリットはあるが、1通りではないことで生徒を混乱させてしまうことになる。

例えば、次の式は中学一年生の図形分野で学習する。

$$a//b$$

この式の意味は、

2つの直線 a と b が平行である

ということであるが、実際には

a と b が平行である

a は b に平行である

a 平行 b

と読む。どれも正しい読み方であり、その授業の中では適切な表現を選んだとしても、生徒は無意識に混乱させてしまっていることがあるのではないか。

②に関しては、黒板の使い方一つで、同じ内容であっても、伝わり方に差が生じることを指摘している。どの学生も板書計画をきちんと練ってくるのであるが、それでも書き方によっては生徒に伝わらないこともあるということを理解させている。文字の大きさ、配置だけでなく、グラフや表の位置や大きさ、配色等も含めて考えさせている。

その授業の主題を考えたとき、最初から最後まで消すことはない事項や、すぐに消しても構わない事項等、板書として内容に優先度があることを意識させることも忘れてはならない。

板書には、授業の補助的な役割があるのも事実であるが、さらに、板書は、生徒が家で復習したときに、その授業が再現できるような記録であることも考えに入れておかなければならない。このような主旨を理解し、板書を考え、実際に表現することを意味している。

わずか10分程度の模擬授業の中であっても、何をどのように伝えるかということを常に意識しなければならないのである。履修者はみな数

学科の大学生である。誰が作ったテスト問題であっても、初見であっても皆解ける。自分が分かっている内容であっても相手が分かるとは限らない。伝えることの難しさを理解し、少しでも「教える」ということの本当の意味を分かってもらいたい。

7. 学生の課題レポートから

ここ数年の学生のレポートには、模擬授業について、次のようなことが書かれている。

・最も気にかけてのは板書計画だった。板書を計画することで伝える内容も浮かんてくる。もし授業で頭が真っ白になっても、板書案がしっかりしていれば、思い出すこともできると考えたからだ。しかし、実践してみると全然違うものに変っていた。見やすいと思っていた板書案も黒板では見にくく、自分が考えていたものと別のものに変っていた。黒板と板書案は全然違うものだということがわかった。焦ると、書かなくてはいけない内容を書き漏らしたり、必要以上に書いてしまったり、8分の中いろいろなとあった。

・他の人の授業をみる感想は、良くも悪くもとても参考になった。自分だったらどうするか、このアイディアは参考にしようとか、いろいろ考えることが多かった。自分が授業をする前後で、授業に対する見方が変わった。

・授業を受けた人の感想から、生徒はちゃんとみているのだと感じた。大学生で同じ教職を目指す人たちが見ているので、きびしいものがあるが、どの意見も意識すれば変えられることばかりであるし、自分も意識しようとしていると

ころであったので、しっかりと反省しなければならない。

・低学年になるほど、板書の文字の大きさ、位置、色使いなど丁寧に考える必要がある。発問もゆっくり、はっきり、用語の使い方等も意識しておかないといけない。同じ式であっても、問題の式、計算途中の式、答えの式などしっかりと区別して板書したり、発問したりする必要がある。

最後に、教科教育法関連には教育法1、教育法2、演習1、演習2の4科目がある。教育法1と演習1では数学教育について到底対応しきれないのが現実である。学生からの要望で最も多いことは、考え方や模擬授業を終えた後のより実践的な授業法である。ある授業を行ってもそれは点にしかすぎず、線、面の広がりを経験することはできていない。そのため、演習2を除く3科目の連携を考えることで、内容的にも重複せず、学生のニーズにも対応していく教科教育法を構築できるのではないかと考えている。

8. 参考文献等

- ・高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編
- ・中学校学習指導要領 総則
- ・中学校学習指導要領 数学科
- ・文部科学省 <http://www.mext.go.jp/>
- ・学習指導要領の変遷（大阪府教育センター）
<http://www.osaka-c.ed.jp/>
<http://www.osaka-c.ed.jp/hensenpdf/hensen.htm>
- ・東京書籍 新しい数学1・2・3（中学校検

定教科書 2015）

- ・東京書籍 同指導書
- ・東京書籍 数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B（高等学校検定教科書 2015）
- ・東京書籍 同指導書
- ・啓林館 詳説 数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B（高等学校検定教科書 2015）
- ・啓林館 同指導書
- ・数学科教育法入門 黒田恭史編著 共立出版（2008）
- ・新版数学教育の理論と実際 数学教育学研究会編 聖文新社（2005）
- ・数学科教育法（改訂版）樋口貞一・渡邊公夫・池田敏和著 牧野書店（2008）
- ・数学と日本語 著者代表 福原満洲雄 共立出版（1987）
- ・新数学と日本語 著者代表 福原満洲雄 共立出版（1986）
- ・数学の図解 著者代表 福原満洲雄 共立出版（1986）
- ・数学は言葉 新井紀子著 東京図書（2009）
- ・計算とは何か 新井紀子・新井敏康著 東京図書（2009）
- ・変化をとらえる 高橋陽一郎著 東京図書（2009）
- ・測る 上野健爾著 東京図書（2009）
- ・数学の視点 上野健爾著 東京図書（2009）
- ・中学校数学の先生のための数学授業の展開 中島 祥子著 東京図書出版会（2010）
- ・見える数学1 手作りの教具・教材西三数学サークル 星の環会（2010）
- ・見える数学2 手作りの教具・教材西三数学サークル 星の環会（2010）

- ・ たのしくわかる数学 100 時間（上・下） 黒田俊郎共著 日本評論社（2011）
- ・ 高等学校の基礎解析 黒田孝郎共著 ちくま学芸文庫（2012）
- ・ 高等学校の確率統計 黒田孝郎共著 ちくま学芸文庫（2011）
- ・ 高等学校の微分・積分 黒田孝郎共著 ちくま学芸文庫（2012）