氏　　　　　名	長谷川　知香（はせがわ　ちか）
学 位 の 種 類	博士（理学）
報　告　番　号	甲第４７５号
学位授与年月日	２０１８年3月３１日
学位授与の要件	学位規則(昭和２８年４月１日文部省令第９号) 第４条第１項該当
学位論文題目	Conformal Field Theory on d-Dimensional Real Projective Space：Fundamentals and Applications （d次元実射影空間上での共形場理論：基礎と応用）
審　査　委　員	（主査）　田中　秀和　（立教大学大学院理学研究科教授） 中山　　優　（立教大学大学院理学研究科准教授） 中野　祐司　（立教大学大学院理学研究科准教授）

Ｉ． 論文の内容の要旨

（１） 論文の構成

第１章の序論では、研究テーマの背景と研究に至った動機が示されている。第２章から第６章は本研究の基礎となる事項および先行研究における手法などが解説されている。まず、第２章と第３章においては、平坦なｄ次元ユークリッド空間および実射影空間における共形場理論に関する基本的事項がそれぞれ解説されている。第４章では相転移の分類と本論文で取り扱う模型との関係が説明されている。第５章においては近年開発された方法も含めて共形場理論における場の相関関数を計算する手法が紹介されており、第６章では平坦なｄ次元ユークリッド空間における場の相関関数の計算手法が具体的な模型について解説されている。これらの準備の後、第７章において本論文の主題である実射影空間における共形不変性を持つ６次元ϕ^3理論の場の相関関数を計算し、１点関数および２点関数に対する係数の一部を決定している。また、この章では同様の手法を他の模型に適用した結果も示されている。第８章では結果のまとめと考察を行っている。

（２） 論文の内容の要旨

自然界では様々な相転移現象が起こっているが、相転移点においては物理系にスケール変換を施してもその状態は不変となる。このような点は固定点と呼ばれるが、更により強い制限を与える共形変換（スケール変換と等角写像を含む座標変換）に対する不変性も満たしていると考えられており、この共形変換に対して不変な場の理論（共形場理論）を用いて臨界現象の研究が行われている。

共形変換に対する不変性は相関関数に強い制限を与える。例えば、ユークリッド空間におけるスカラー場の相関関数の形は、１点関数は自明となり、２点関数と３点関数は共形不変性の要求から定数因子とスケール次元を除いて決定されることが知られている。しかし、４点関数以上では関数としての任意性が残る。この任意性は、相関関数に含まれる場の順序の交換に対する対称性を要求することにより相関関数に対して非自明な関係が与えられ、解が制限されることが知られている。

近年、平坦なｄ次元ユークリッド空間において、これらの任意性を決定する手法として、積分の次元を微小にずらすことにより相互作用を含めて臨界点近傍における物理系を評価するε展開と呼ばれる手法や運動方程式を用いて場の相関関数の係数を決定する方法が開発された。

本論文では、これらの手法を非自明な空間である実射影空間上での理論に適用しその有効性を調べた。具体的には６次元空間におけるφ^{3}理論を取り扱っている。実射影空間では、平坦なユークリッド空間とは異なり１点関数には定数因子の任意性が残り、２点関数において関数の任意性が残る。

本研究では、これらの相関関数をε展開を用いて評価し、１点関数の係数と相互作用のある場合のスカラー場のスケール次元および２点関数に現れる任意関数の展開係数の一部を、運動方程式なども巧みに用いてεの１次の近似で決定することに成功した。

また、ここで得られた結果が数値計算で得られた結果と計算精度の範囲内で一致していることを確かめた。

更に、実射影空間におけるO(N)対称性を持つ６次元φ^{3}理論と４次元φ^{4}理論についてもその手法の有効性を示した。

Ⅱ．審査結果の要旨

（１）　論文の特徴

本論文では共形場理論における場の相関関数を調べているが、その特徴は、平坦なd次元ユークリッド空間での臨界点近傍における場の相関関数を求める手法を、非自明な空間である実射影空間に用いたことである。特に、その計算手法を公理化し、更に具体的な模型に対する場の相関関数を決定することにより、その有効性を示していることにある。

（２）　論文の評価

自然界で起こっている相転移現象を理解することは物理学分野において重要な課題の一つである。特に、様々な相転移現象を統一的に理解するためにはその背後にある共通の要因を追及する必要がある。

この問題を扱うために、共形場理論は有用な枠組みの１つであると考えられている。

先行研究において、平坦なd次元ユークリッド空間での臨界点近傍における場の相関関数を求める手法が開発されているが、より非自明な空間においても有効であるかは詳しく調べられていなかった。申請者は非自明な空間である実射影空間においてこれらの手法の有効性を調べることに着目した。そこで、実射影空間上での具体的な模型を用いて解析を遂行し、その有効性を示したことは評価に値する。申請者はこれにより、平坦な空間において用いられていた場の相関関数を求める手法が、非自明な時空にも適用できることを示唆した。この点は、当該分野の発展に大きく寄与するものである。本研究成果を拡張することにより、現在研究が進められている非自明な空間上での共形場理論に広く応用することが出来ると考えられ、その寄与するところは大きいものである。よって、審査委員会では学位論文として高い評価を与えた。

申請者は研究結果を得るために様々な数学的手法を駆使しており、数理物理学分野における研究能力は卓越したものがある。

また、本研究は場の量子論に関する深い知識を必要とするものであり、申請者が博士号の学位に相応しい学問的力量を持つ事を示すものといえる。

上述の実射影空間上の場の相関関数に対する解析結果の一部は既に学術雑誌に発表されており(MPLA32,1750045 (2017))、共同研究者１名との共著論文であるが、申請者が主体的に研究を押し進めて得た結果であることを確認した。

2018 年 1 月 12 日午前 10 時 00 分から本論文に関する公聴会が開かれた。申請者は論文の内容を明快に説明し、また質問に対する応答も満足すべきものであった。