

「価格指数論への公理論的アプローチ」に関する一考察

—— ILO 『消費者物価指数マニュアル・理論と実践』(2004年)との関連で ——

岩崎俊夫

はじめに

本稿の課題は、国際労働機構 (ILO) が2004年に刊行した『消費者物価指数マニュアル・理論と実践 (Consumer Price Index: Theory and Practice)』をとりあげ、そこで紹介されている価格指数論への公理論的アプローチを批判的に検討し、従来の価格指数論の批判的研究の到達点を確認することである。課題設定の動機は、次の3点である。

第1に、経済学の分野にしばしば適用される公理論的アプローチの批判的検討は少なくないが、統計学あるいは統計指標論の分野でのその適用に対する批判的検討は、従来ほとんどなされなかった。あるいは、関心が払われなかった。このことは、筆者が疑問に感じていたことであった。この疑問は本稿執筆の第1の動機である。

第2の動機は、社会統計学分野で「数理統計学の体系的受容」という状況と関連している¹⁾。ここで言う社会統計学とは、社会科学

に基礎をおく統計理論であり、数理統計学に批判的な統計研究を目的とする統計学である。社会統計学による数理統計学の受容は、公理論的アプローチに対する関心の低さと無関係でない。筆者はこのことを懸念し、とくに価格指数論研究が先細っていることに着目し、この傾向に警鐘を鳴らす必要があると思うにいたった。このこととの関係で付言すると、価格指数論の検討が近年、社会統計学の分野で停滞しているのは事実であるが、過去に遡れば、その業績の蓄積は豊富である。筆者は、本稿でこの伝統を継承し、それらの現代的意義を再確認し、価格指数論の今後の研究への指針を得ることを意図している。

第3に、ILOは2004年に『消費者物価指数マニュアル・理論と実践』の改訂版を刊行したが(以下、ILOマニュアルと略)、このなかで公理論的アプローチの指数理論に多くのスペースが割かれている²⁾。この作業には専門的な知識と広汎な経験とが必要であるが、同書はそのことを配慮して価格指数作成のための多くの概念的、理論的概観を提供してい

1) 吉田忠編 (1995), 「社会統計学の現状と課題」『現代統計学を学ぶ人のために』世界評論社, 91-93頁。是永純弘 (2000), 「経済研究における統計利用の基本問題」『統計学の思想と方法』北海道大学図書刊行会 (是永純弘『経済学と統計的方法』八潮社, 2000年, 所収)。

2) 国際労働機構 (2006), 『消費者価格指数マニュアル・理論と実践』(日本統計協会訳)。この膨大なマニュアルは、各国での消費者価格指数の作成、改訂の作業担当者を支援する目的で編まれたものである。(ILO [2004], *Consumer Price Index: Theory and Practice*.)

る。このマニュアルの他にも、価格指数論ブローパーの分野での議論は現在、非常に盛んである。記憶に新しいものとしては、1966年12月にアメリカで M. J. ボスキン (M. J. Boskin) [スタンフォード大学] を委員長とする「消費者価格指数諮問委員会」のレポートがある³⁾。ひるがえって日本の状況を見ると、1990年代半ばには通産省産業政策局物価対策課と総務庁との間で CPI (消費者価格指数) についての論争があり⁴⁾、また2004年12月からは国民経済計算 (GDP デフレータ) の実質化の手法が基本的に固定基準時方式から連鎖基準方式へ移行することとなった。消費者物価指数論の分野の事情がこのようであるので、上記の一連の論議の検討に入るまえに、それに繋がる論点整理は意義のあることと思われる。とは言い、価格指数論をここで十全に展開することは紙幅の関係で無理である。そこで、以下では公理的アプローチが価格指数論に果たす役割に焦点を絞り、議論の範囲を限定する。

3) Advisory Commission to Study the Consumer Price Index, *Toward a More Accurate Measure of the Cost of Living: Final Report*, 1996. 消費者価格指数諮問委員会は、この判断から消費者価格指数の作成を担当している労働統計局 (BLS) と大統領及び議会に対し、バイアスの是正を勧告した。CPI のバイアスがアメリカで深刻に論議されるのは、それが財政支出と収入の項目、具体的には社会保障や年金などの項目、あるいは所得税の項目とがスライド制という形で連動するシステムをとっているからである。価格指数に関する見直し論議を強める契機となったこのレポートはアメリカ合衆国・上院財政委員会の諮問に対する答申であるが、それによると、同国の消費者価格指数のバイアスが4つの要因により実際の物価上昇率を過大評価 (平均1.1%) されていた。

4) 通産省産業政策局物価対策課 (1994), 『最近の小売物価の状況に関する調査結果』。古田裕繁 (1994), 『価格動向を反映する基礎統計「CPI」』。東洋経済新報社編 『統計月報』9月号。

著者の執筆動機は、以上であるが、本稿の主題を検討することの意義を一言、述べたい。価格指数論が過去から現在にいたるも、公理的アプローチがその主要な方法となっているという事実は、価格指数論の展開を辿るとすぐに分かる。しかし、社会統計学の分野でそのことが指摘されることは稀であった。その方法論的な意義と限界は、検討されなかった。この点は、社会統計学の弱点のひとつではなかろうか。何故なら、本文中で触れるように、価格指数論の分野では種々の指数算式の公理が種々のテストによって点検されてきたし、また現在もそうであるから、公理的アプローチとは一体何かを検討することは必要不可欠である。また、指数論の経済学的アプローチと呼ばれるものも、公理化された経済学を理想とし、そこから発想して構成された経済学、具体的には経済主体の最大化行動仮説から出発して目的関数を定め、それを満たすべき条件を列挙して最大化問題を解く経済学を拠り所とする。したがって、価格指数論に直接的にせよ、間接的にせよ、思考の主要な枠組みとして使われる公理論に関心を向け、その考え方を批判的に検討するにしくはない。本稿がそのための契機になれば、と思う。

構成は、以下のとおりである。第1節では、公理的アプローチの基本性格、とくにその問題点を確認する。第2節では、価格指数論と経済理論との関係を再確認する。ここでいう、経済理論とはミクロ経済学の消費者選好論である。価格指数論への公理的アプローチの事例を引きながら、その得失を吟味する。第3節では ILO マニュアルにみられる公理的アプローチを紹介、検討する。

全体を通して、価格指数論の分野では公理的アプローチが重視されていること、そのことが価格指数を指標体系として構築するよりも、「真の価格指数」「最良の価格指数」といった一元的価格指数をめぐる議論に価格指数論を帰着させることになっていることを指

摘したい。

第1節 公理的アプローチの基本性格とその適用限界

(1) 公理論の基本性格

経済理論、統計理論（経済統計、統計指標）は、しばしば公理的アプローチの対象となる。代表的事例をあげると、倉林義正はかつて、国民経済計算の計算構造の公理的基礎を検討した O. オークルスト (O. Aukrust), J. ベナル (J. Benard) の研究に、また国民経済計算の対象である「国民経済」と企業会計の「企業」との相違を公理的基礎にたかえって検討した O. アルキポフ (O. Arkhipoff) の研究に着目し、彼らの研究を継承して国民経済計算の計算構造の公理的基礎の解明を試みた。倉林が試論として与えた公理は、「主体と対象に関する公理」「活動、所有、状況、および取引に関する公理」「実物的循環に関する公理」「実物的対象の循環と金融的循環の結合に関する公理」「取引のバランスに関する公理」である⁵⁾。国民経済計算の分野では、その公理的構成をめぐる議論が、現在でも活発である⁶⁾。

公理的アプローチとは、上記の国民経済計算の公理的アプローチに顕著のように、経済学や統計計算に、数学の分野で広く認知されている公理論の基本的枠組みを適用する方法である。それでは、この数学の分野で言う公理論とは、そもそもどのようなものなのか。この点の要約を以下で試みたい。

公理論とは、少数の端緒的な定義 (defini-

tion) から始めて、公理 (axiom), 公準 (postulate) を確認し、定理 (theorem) を論理的に演繹的に証明する方法である⁷⁾。古代ギリシャの数学者ユークリッド (Euclid) の『原論 (ストイケイア)』は、幾何学の構成で公理的方法を確立し、この方法は数学史上の大きな財産となった。

定義は、例えば「点とは部分をもたないものである」、「線とは幅のない長さである」というように示される。

公準は、次のとおりである。

- (1) 任意の2点を通る直線を引くことができる。
- (2) 線分は任意に延長できる。
- (3) 任意の点を中心とする任意の半径の円を描くことができる。
- (4) すべての直角は等しい。
- (5) 平面内の2直線が第3の直線と交わり、その片側の向かい合った内角の和が2直角より小さいならば、その2直線を限りなく伸ばすと2直角より小さい角のある側で交わる。[平行線公準]

公理は、次のとおりである⁸⁾。

- (1) 同一のものに等しいのなら、それらは同一である。
- (2) 等しいものを等しいものに加えたら、その結果も等しい。
- (3) 等しいものを等しいものから引いたなら、その結果も等しい。
- (4) お互いに一致するものどうしは等しい。
- (5) 全体はそのどの部分よりも大である。

5) 倉林義正 (1989), 『SNAの成立と発展』岩波書店, 212頁。

6) 最近では、作間逸雄が国民経済計算の公理化を、自身の言葉では「グラフ理論を用いて国民経済計算の営為を公理的に再構成する」という表現で試みている。佐間逸雄 (2006), 「国民経済計算の公理化の試み」『産業連関』第14巻1号。

7) 以下の公理論の説明と評価については、脚注での指摘も含め、G. I. ルザービン/山崎三郎・柴岡泰光訳 (1977), 『数学論 - 数学的認識の本性 -』岩波書店, に多くを依拠している。

8) (4) (5) がユークリッドのものであるかについては、数学者のなかでもコンセンサスがあるわけではない。(一松信・伊藤雄二監訳『数学辞典 (Mathematical Dictionary [James & James])』朝倉書店, 477頁。)

公理論という用語の淵源は、このユークリッドの『原論』にある⁹⁾。ユークリッド段階では、公理と公準とは区別して使われ、前者は証明なしに容認される命題を、後者は公理ほどには自明でないが、公理と同様に証明不可能な命題である。公理と公準とは歴史的に見るとかつては微妙に使い分けられていたが、現代の数学では、両者は同じものとして区別されない。佐々木力は数学上の思想的革命に値するものとして「古代ギリシャにおける公理的体系の発見」「17世紀の微分積分学の定式化」「19世紀初頭の高ユークリッド幾何学の形成」を挙げている¹⁰⁾。

ここで確認しておくべき重要ことは、次の2点である。その一つは、数学を公理的に構成するユークリッド幾何学の登場は、もともと経験的な科学であった数学が理論的科学に転換した後に初めて可能となったということであり、経験科学としての蓄積が前提になっているということである¹¹⁾。そして、第二に、ユークリッドの公理的方法とその体系は古代ギリシャの数学にとって決定的な意義をもったのは事実であるが、アルキメデスによって提示された機械学的発見法も問題的解析の卓

越した方法であったということである。古代ギリシャ数学の産物として公理的方法による理論の整序のみに着目するのは、一面的である¹²⁾。

その後、近代に入ってユークリッドの第5公準を否定する命題をもつ幾何学、すなわち非ユークリッド幾何学を定式化する新しい幾何学の体系が提唱され、D. ヒルベルト (David Hilbert) はユークリッド幾何学を新たな次元で再構築した (『幾何学基礎論 (Grundlagen der Geometrie)』)¹³⁾。19世紀後半の出来事である。ヒルベルトの公理系は基礎的概念、公理に具体的な解釈をもとめず、その空間的内容を捨象し、非空間的対象の性質をも取り込む。それは、ユークリッド幾何学にも非ユークリッド幾何学にも共通する命題の研究を可能にする公理体系の提供であった。曖昧さと矛盾のない壮大な数学体系を構想したヒルベルトの体系は、20世紀初頭の数学界を革新する画期的業績であり、他の科学分野に与えたその影響力は絶大であった。

しかし、ヒルベルトの公理体系とプログラムの実現は、B. ラッセル (B. Russell) やゲーデル (K. Gödel) などの論理学者、数学者が指摘しているように無理である。ゲーデルは、不完全定理の証明によって、完全に無矛盾な数学体系を作るのは不可能だということを証明した¹⁴⁾。数学史の研究者である佐

9) 言うまでもなく、現代の幾何学から見れば、ユークリッドの方法は、諸概念の定義の仕方の曖昧さ、基本的な無定義概念を列挙していないことなど、多くの欠陥がある。しかし、ユークリッドの公理的方法は、時代が下っても科学的厳密性を誇る科学的方法との認知を受け、アルキメデスの理論力学、さらにはニュートンの『プリンキピア』、ラグランジュの『解析力学』などでは体系構成の展開に公理的方法が適用されるなどその影響力は絶大であった。また、ユークリッドの公理は、その本性において、具体的な物理的空間に関する直感的な表象の理想化であり、より抽象的なヒルベルトの公理論とはこの点で異なる。

10) 佐々木力 (2005), 『数学史入門』筑摩書房, 208頁。

11) G. I. ルザーピン / 山崎三郎・柴岡泰光訳 (1977), 前掲書, 48頁。

12) 佐々木力 (2005), 前掲書, 52-63頁。

13) D. ヒルベルト / 中村幸四郎訳『幾何学基礎論』筑摩書房, 2005年, 参照。

14) サイモン・シン / 青木薫訳『フェルマーの最終定理』新潮社, 2006年, 231頁。この本には、フェルマーの最終定理の証明という難問解決の試みを無に帰するかもしれないほどの影響を与えたゲーデルの不完全性定理についての興味深い記述がある。周知のように、フェルマーの最終定理は、すべての楕円方程式がモジュラー形式に付随するという「谷村 = 志村予想」の証明に取り組んだイギリスの数学者、A. ワイルズによって、1993年に証明された。

々木力 (1995) によれば、ヒルベルトの公理論の難点は、問題としている数学理論を構成する形式的な公理系がどこから来たのか、その由来を説明できないこと、であると述べている。佐々木はまた、形式主義の数学を無矛盾性の証明で正当化するヒルベルトの試みが悪循環を含んでいることを示したオランダの L. ブラウワー (L. Brouwer) の指摘 (K. ゲーデルの不完全性定理の公表に先立って) を重視している¹⁵⁾。佐々木は「ゲーデルが不完全性定理によって、形式化された数学理論の限界性を浮き彫りにし……まともな数学理論は、自己完結性をもたず、その意味で『不完全』であり、純粋な観念の世界に自足できないこと、現実世界から完全には離脱できないことを示した (傍点は佐々木)」¹⁶⁾ ことを再確認し、公理論または公理的方法だけに頼ることは、数学の世界でも妥当しないことを示した。

(2) 公理論の諸科学への適用限界

数学分野の事情は、このようである。それでは、この公理論を数学以外の科学、すなわち物理学などの自然諸科学あるいは社会科学に適用することにどのような意義があるのだろうか、そして、その適用の可否の基準をどのように考えたらよいのだろうか。

G. ルザーピン (Г. И. Рузавин) は、この点に関して、次のように述べる。理論を公理化するという課題のひとつは、学問の諸材料を系統化することであり、公理的方法は形式化の欠くべからざる要素であり、これによって科学上の知識の一定の組織化、すなわち系統化が可能になる¹⁷⁾。理論構成への公理的方法の適用は、演繹的科学には重要な条件であ

る。この方法は、既存の不変な概念や判断の間の論理的な関係を確立する。公理的方法あるいは一般に形式的方法の適用が効果をもつのは、使われる諸概念が大きな安定性をもつか、概念の変化や発展を捨象しうる科学の領域である。このような条件の下では、理論のさまざまな要素の間の内的、論理的な関係は、重要な意味をもつ。それ故、数学および数学的自然科学では、公理化や形式化が顕著な成果を生みだす、と¹⁸⁾。

ルザーピンはこの理解の延長で、物理学を例に、その適用可能性について言及している。「物理学の理論を公理的に構成する目的は、理論を如何に理解するかに関係する。理論を、物理的実相を解明する手段として、すなわち経験的所与が演繹的に関連づけられる形式的構造として理解するならば、何よりも形式的厳密性をより満たしている公理化をよりよいものとみなすことは当然であろう。しかし、直接に検証しうる端緒的主張や、その帰結が実験的に検証しうる基本原理から、理論の命題を引き出そうとする場合には、形式的厳密性への考慮は一段と後退する。公理化がつねに物理学的理論の発展の一部でしかなく、しかももっとも主要な部分でないのは、そのためである」と¹⁹⁾。結局、非数学的科学における公理的方法の適用は、これらの科学で現象の量的分析についての数学的方法、たとえば解析学、統計学が十分に普及して初めて可能になる。人文科学、社会科学の分野での多くの公理的方法の試みが不成功に終わったのは、現象の量的分析についての数学的方法に限界があるからである。したがって、この方法は認識の普遍的方法ではありえない²⁰⁾。

ところで、ヒルベルト自身は自らの一般相対論の公理論的提示が A. アインシュタイン

15) 佐々木力 (1996), 『科学論入門』岩波書店, 146頁。

16) 佐々木力, 同書, 148頁。

17) 同書, 119頁。

18) 同書, 96頁。

19) 同書, 91-92頁。

20) 同書, 92-93頁。

(A. Einstein) の特殊相対性理論と同等の価値があると考えていた。彼の公理論の影響力が第一次世界大戦後の物理学界で非常に大きかったことは、よく知られている。純粋数学の分野で通用していた審美性、無矛盾性、完全性といった規範は、当時の物理学者をとりこにしていた。しかし、こうした物理学界の状況のなかでも、アインシュタイン自身は、ヒルベルト、H. ミンコフスキー (H. Minkowski) をはじめとするゲッチンゲン大学の数学者による「物理学の公理化」の意図に違和感をもっていた、と伝えられている²¹⁾。アインシュタインの数学的素養は確かなものであったが、彼自身は数学的形式を物理学的推論に役立つ道具にすぎず、物理学の法則は実験の現象との緊密な比較によって達せられると考えていた²²⁾。数学者たちによる物理学への公理的アプローチを指し、アインシュタインは「彼らが物理学者より頭がよいことを誇示したいだけなのではないかと皮肉った」というエピソードがあるほどである²³⁾。

経済学の分野への公理的方法の導入にあたってはヴィーン学派の C. メンガー (C. Menger)、O. モルゲンシュテルン (O. Morgenstern) などが地ならしをし、経済学を数学的方法で展開することに努力した論者はその道を歩もうとした²⁴⁾。その影響を受け、日本では早くから、水谷一雄などがその確立に努めた。水谷の理解は、ヒルベルトにも言及しながら公

理経済学の可能性に論じた次の引用に象徴的である。水谷は「それが (数学が 筆者) 経済学を記述するに適当なるや否やは未知数であるが、少くとも現今までの経過に徴すれば、その独自の厳密性の故に適用の範囲が非常に限局せられ高度の抽象化を前提してのみ始めてその適用を見るの事情にあった。……経済学の全部を掴み盡して余蘊なきが如き言葉の体系を数学に求めることは畢竟不可能ではないかとの疑問は依然として残る」と述べながら、次いで「……数学的厳密性を保ち乍ら而も経済学の全部を残りになく表現し得べき表章手段の体系を如何にして構成し得るかの問題……に答へんとするものが公理経済学である」と主張している²⁵⁾。

経済学の数学的方法に批判的のスタンスを崩さなかった是永純弘は、こうした公理的構成による「経済学への数学的方法の適用」を正当化した経済学に批判を加えている。是永はモルゲンシュテルンの経済学を、「数学基礎論上の公理主義、数学の公理系構成の論法を、経済理論の構成にもそのまま類推・適用しようという試み」²⁶⁾と特徴づけた。モルゲンシュテルンは、是永が正当に指摘したように、数学者ヒルベルトに依拠して「公理的な方法はすべての学問に適用できる。……理論経済をひとつの公理論にすることも十分に可能である」とし、経済学の理論の「精密化」のために、また「最初からすべての推論の帰結を認識することのできない人間の知能の限界性を補強する」ために、公理系的な分析の変形が必要であると述べた確信的な公理的な経済学者であった²⁷⁾。

21) L. パイエンソン / 板垣良一・勝森真・佐々木光俊訳 『若きアインシュタイン』 共立出版、1988年、120頁。

22) 同書、33頁。

23) 佐々木力 (2001), 『二十世紀数学思想』 みすず書房、168頁。

24) モルゲンシュテルンの論理的な数学主義、とくに経済学の公理化に対する批判的検討については、次の論稿を参照。是永純弘 (2000), 「経済学研究における数学利用の基礎的諸条件」 『経済学と統計的方法』 八朔社、116-126頁。

25) 水谷一雄 (1935), 「公理経済学の意義及び其の方法」 『国民経済雑誌』 第58巻第2号、68頁。なお、引用にあたって、旧漢字は新漢字に改めた。

26) 是永純弘 (1959), 「経済学における数学的方法の利用について」 『思想』 4月号、488頁。

27) 是永純弘、前掲論文、488頁。

一般に公理系においては、公理から演繹される諸命題の無矛盾性、公理からの演繹可能性、諸公理相互間の無矛盾性、などの要件が充たされなければならない。このうち、とくに重視されるのは「公理系の無矛盾性」である。とはいえ、経済学での公理系の基礎命題の内容は恣意的である。公理化された経済学では、公理の内容が現実的であるかどうかは、経済分析の妥当性にとっては切実でない、と言い切る論者もいる。是永は、このように公理主義の基本性格をおさえ、結論として公理主義における理論体系の無矛盾性の要求、基礎命題の内容の任意性の容認が、経済学の本来の研究対象となるべき事象から研究者の目をそらせる役割を果たすことになる、懸念を表明した。なぜなら、公理的方法が単なる形式化の方法のいきつくところ、形式論理的規則による演繹過程の無矛盾性が理論の真理性の基準として展開される限り、そこには概念や命題の真の発展の過程が期待できないからであり、また公理主義が公理の内容の任意性を容認するがぎり、経済理論は経験的規則性、法則性とは無関係の「工具箱」におきかえられてしまうからである²⁸⁾。

杉森滉一は、より直截的な批判を行っている。「現代経済学の理論分野では、まず公理系を展開しておき、その帰結を経済現象と対応させて、数学的命題の経済的解釈という形で経済理論を導くという仕方が……一般化している。また、経済的現実を素材にした数学的展開がすでにある場合には、そこから経済的意味を捨象して、より抽象的な公理系に整理することがおこなわれている」。杉森はこれらを公理主義的利用論ととらえ、その考え方の背後にある「プラトン主義的性格(抽象的な公理系を観念的に想定し、現実をその具現とみなす見地)」、「プラグマチズム的性格(公理系を現実を説明する手段とみる見地)」

にメスを入れた。さらに、杉森は「公理的方法が数学においてきわめて有効であったこと」²⁹⁾、「また、公理的方法自体は、……分析・総合という科学の方法を方法論的に厳密にする上で……参照すべき素材を提供」し、「この意味で公理的方法の(経済学をふくむ)諸科学における、方法論としての意義は軽視できない」³⁰⁾ことを認めつつ、無矛盾性、完全性、独立性が保証された複数の公理で基礎付けることから出発して演繹によって諸定理を導出し、これらを記号化することで対象である経済現象の構造、関係を表現し、明らかにしたとする経済学を方法論的公理主義と批判した。

経済学を公理論で構成しようとする試みの基本性格は、以上の指摘で端的に特徴づけられている³¹⁾。関連して、一点、付言する。それは、統計解析の数学的解釈、とくに確率の数学理論を公理化した A. コルモゴロフ(A. Кормогоров)が自身の成果として「満足のいく確率の数学理論を構築した」にもかかわらず、それは「確率論の定理と手法が内部的に

29) 杉森滉一(1975)、「現代経済学と数学的方法」是永純弘編著『現代経済学の方法と思想(講座:現代経済学批判)』日本評論社、148頁。

30) 同論文、149-150頁。

31) 是永純弘の次の指摘が正鵠を射ている、「公理論的方法は、始点におかれる公理の具体的内容が実践によって検証された科学的認識の成果であるがぎりにおいて、理論の論理的斉合性を確保する手段となるであろう。公理の形式性・抽象性それ自身は、決して公理化に反対すべき理由とはならない。／しかしながら何を公理の具体的内容とするか、同型の公理論のいずれをとるか、といった問題にたいする答えを公理的方法そのものの中に見出すことはできない。経済理論の公理化が真に経済学の科学性をたかめうるためには、分析の一步一步が事実と実践によって裏づけられた具体的内容的な研究が必要であろう。(是永純弘[1962]、「経済理論の公理化について」『経済研究』[一橋大学経済研究所] 13巻1号)。

28) 是永純弘、前掲論文、489頁。

はまったく自己矛盾のないことを意味しているにすぎない」のであって、「確率は実生活においてどんな意味合いを持っているのか」を検討することが最終課題であり、「もしもこの問題が解かれることのないままなら、科学に対するすべての統計的アプローチが、自らの矛盾に堪えきれずに崩壊するかもしれない」と考えていたことである。コルモゴロフの晩年の研究はこの課題に捧げられ、そのさいに彼がとった方法は過去の公理や自らの答えを払いさって確率を考え直すことであった³²⁾。

公理論とは何か。また、数学以外の領域(物理学など)への適用の条件とその可否、とくに経済学の公理化が意味するものは、以上のとおりである。ここまでは、公理論的アプローチの基本性格を先行研究に依拠してまとめた。次に、本稿の主題である、指数論への公理論的アプローチの検討に入る。

第2節 価格指数論の系譜と経済理論

(1) 価格指数論の潮流と公理論的アプローチ

価格指数論への公理論的アプローチは、2とおりある。第一のそれは価格指数論を支える経済理論が公理論的な構成をとっている場合である。第二のそれは、さまざまな指数算

式の指数としての妥当性を公理から出発する方法である。この方法では指数は、種々のテストによって公理論的点検を受ける。

以下ではまず、価格指数論の系譜を概観し、上記のうち第一のアプローチと関わって、どのような経済理論が指数論の基礎となっているかを確認する。次いで、第二のアプローチと関わって、テストによる指数の評価の内容を点検する。R. フリッシュ (R. Frish) はかつて、以下で述べるように、価格指数論の系譜を原子論的アプローチ (atomistic approach) と関数論的アプローチ (functional approach) とに整理したが³³⁾、上記の第一のアプローチに後者が、第二のアプローチに前者がそれぞれ対応する。

原子論的アプローチは、種々の財の価格と数量の2組をそれぞれ独立の変数とみなし、価格の一般的な変動を測る関数を形式的な基準で定義する考え方である。このアプローチは、さらに確率論的アプローチと、形式的テストの方法を重んじるアプローチとに細分が可能である。今日の統計的接近 (statistical approach) は、この流れの延長上にある。W. S. ジェヴォンス (W. S. Jevons), F. Y. エッジワース (F. Y. Edgeworth), C. H. ウォルシュ (C. H. Walsh), I. フィッシャー (I. Fisher), などの価格指数論がこの系譜に属する。

これに対し、関数論的アプローチは、種々の財の価格と数量との相互依存関係 (ただし、価格は独立に変化するが、対応する数量は価格によって決定されるとされる) を特定の消

32) デイヴィット・ザルツブルク/竹内恵行・熊谷悦生訳『統計学を拓いた異才たち 経験則から科学へ進展した一世紀』日本経済新聞社、2006年、183-184頁。または永純弘は、経験世界の頻度構造から構成されたミーゼスの確率論を検討したさいに確率論の公理論的樹立で著名なコルモゴロフが経験世界、現実の諸現象の世界での確率概念適用が可能になるための諸前提ではミーゼスの研究を利用した、と述べていたことに注目し、そのことの意義を強調した。是永純弘 (1960), 「確率論の基礎概念について」『統計学』8号, 36頁。(是永純弘 [2000], 『経済学と統計的方法』八朔社, 28頁)

33) フリッシュが要約した価格指数論の分類である。現在でもこの特徴づけは大筋で変わらない、と言われる。Frisch, R. (1936), "Annual Survey of General Economic Theory: The Problem of Index Numbers", *Econometrica*, Vol. 4, No. 1. 時子山和彦 (1978), 「消費者価格指数理論の展望」『経済研究』(一橋大学経済研究所) 29巻1号, も参照。

費者にとって同一の効用水準を得るために必要な貨幣支出額の比率として測定するが、これを消費者行動理論の援用で経済理論的に意味づける。今日の経済理論的アプローチ (economic-theoretic approach) と呼ばれるものは、この流れをくむ。ピグー (Pigou), G. ハーバラー (G. Haberler), A. A. コニコス (A. A. Конюс), A. L. ボーレー (A. L. Bowley), R. G. D. アレン (R. G. D. Allen) などの価格指数論がこの系譜である。

価格指数論の系譜を顧みると、そこでの主要な課題は、指数の測定対象である「貨幣価値変動測定」(「生計費変動測定」とする論者もいるが、その内容は「貨幣価値変動測定」の問題の別の表現と考えてよい)の問題にどのように接近するか、に他ならなかった。早くから複数の価格指数を提起した統計学者がいないわけではない。例えば、エッジワースは価格指数を複数の標準のもとに6種類に分けている。それらの標準は、不変標準、通貨標準、消費標準、所得標準、生産標準、資本標準である。しかし、エッジワースの場合でも、貨幣価値を対象とする不変標準が一般的な価格指数と考えられた。指数論の課題がどのように定められていたことを確認したうえで、従来の価格指数論が依拠してきた経済理論がどのようなものであったかと言えば、それは過去から現在に至るも主観価値説(限界効用理論)の立場をとり、限界効用理論に立脚する主観的貨幣価値(指数は2時点の同一の結合財の価格総額の比較による貨幣の効用価値の変動の測定)と貨幣数量説であった³⁴⁾。

34) 価格(物価)指数論の学説史については、次の論文で高崎禎夫と岩井浩が簡明に説明している。高崎禎夫(1975)、「価格指数論史」佐藤博編著『現代経済学の源流 学説史的検討(講座:現代経済学批判)』日本評論社。岩井浩(1972)、「貨幣価値と価格指数 いわゆる『価格指数の経済理論』」『経済論集』(関西大学)第22巻3号。高崎論文は、「名目主義的貨幣理

現在に至る指数論の来歴は、上記のとおりである。しかし、これにいくつかのヴァリエーションがある。ディビジア指数³⁵⁾の再評価、品質変化を考慮したヘドニック・アプローチ³⁶⁾の実証的研究などがそれである。ディビジア指数はもともと微分法によって提起された指数であり、経済理論との関係がないと長く考えられ、その評価も曖昧であったが、その後、公理的解釈が与えられて復活し、近年ではむしろ経済理論の接近からも再解釈され、注目されている。ヘドニック・アプローチは関数論的アプローチによる産物であるが、ランカスター・モデルというミクロ経済学の消費者選好論の応用によって理論的基礎づけが与えられた。指数論のこれらのヴァリエーションに関する検討は重要な課題であるがここでは触

論と貨幣数量説に立脚した一般的価格指数論(ジェボンス、エッジワース、ウォルシュ、フィッシャーなど)と「主観的貨幣価値論に立脚した個人的価格指数[関数論的生計費指数](ハーバラー、フリッシュなど)」という区分で学説史を批判的に整理し、労働価値説に基づく価格指数の意義を確認している。また、高木秀玄(1994)、『物価指数論史』(高木秀玄先生著作刊行会)を参照。

35) 価格と数量を時間の連続関数として処理する方法。フランスのF. Divisiaが1925年の論文で提起した。

36) 種々の財の価格とそれらの諸特性に回帰させるモデルで、品質調整の問題に接近する方法。この手法は、Waugh, F. V. が論文“Quality Factors Influencing Vegetables prices” *Journal of Farm Economics*, Vol. 10, No. 2 で示した手法である。hedonic は「快楽的」の意。Court が自動車の品質を扱う問題にこの手法を応用したさい、乗り心地と快適さをその諸特性にあげた。彼の友人の助言でこの手法に「ヘドニック(hedonic)」という名称が与えられたが、内容的には特性接近法(characteristics approach)という表現のほうがよい。(太田誠[1980]『品質と価格』創文社、155頁。白塚重典[1998]、『物価の経済分析』東京大学出版会、83頁)。

れず、別の機会に論じる。

上記の原子論的アプローチと関数論的アプローチとの間では、あるいは統計的アプローチと経済理論的アプローチとの間ではかつて、後述のように、資本主義経済と通貨制度の客観的な構造的変化を反映して、熾烈な論争があった。木村太郎がかつて正当に指摘したように、貨幣論的立場からの多元的指数論が「第一次世界大戦後の物価水準測定の問題が、……小売物価と卸売物価との乖離、貨幣の国内価値と対外価値との分裂に対応し、従来の一般的物価水準測定を建前とする集団的平均的物価指数論（原子論的アプローチによる：筆者）に対する批判として展開されたことは必然であったといえよう。/ Jevons を創始とし、Bowley, Walsh, Mitchel, Flaskamper 等によって継承されている伝統的物価指数論すなわち集団的平均的物価指数論に対して、経済理論的立場からの、特に貨幣論的立場からの猛烈な攻撃が開始された」³⁷⁾。

しかし、今日では両者の対立的傾向は、顕著ではない。むしろ、両者は相互補完的な関係を維持しているように見える。指数論への公理論的アプローチを大枠とし、ふたつのアプローチによる価格論とも経済理論的には限界効用論に主導された主観価値説をベースとし、方法論としての重心の置き方、あるいは焦点の絞り方での差異を相互に容認しながら展開されているというのが、今日の価格指数論である。両アプローチによる評価の補完関係の好例は、ディビジア指数である。ここでは詳細な言及できないが、この指数はもともと F. ディビジア (F. Divisia) が純粋に数学的関心から、 $PQ = \sum pq$ という経済取引の基本方程式から出発し、微分法を用いて導出した。当初、ディビジア指数はその経済理

論的根拠が曖昧との評価がくだされ、指数論者の間でも関心を惹くことがなかった。しかし、ディビジア指数を消費者選好理論と関連づける理論が R. ロイ (H. Roy)³⁸⁾ によって1942年の論稿で提起され、経済理論的基礎付けが与えられた。また、E. K. リヒター (E. K. Richter) が1966年の論文で、不変性、比例性、連続性などの公理系を満足する指数算式がディビジア指数のみと言及し、この指数への注目度は高まった³⁹⁾。見られるように、この指数はその出発の動機づけはともかく、2つのアプローチから解釈が与えられ、現在の評価に至っている。

以上をおさえたうえで、次項では前者の「公理化された」経済理論的アプローチからの価格指数論について、問題点の整理を行う。次いで、その問題点指摘する。

(2) 価格指数の経済理論

関数論的価格指数の要点は、説明の方法が論者によって微妙に異なる。通説では、ハーバラーによって基礎付けられた指数論の定式化が認知されたものとみなされているが、学説史的にはコニユス、ポルトケヴィッチ (L. v. Bortkiewicz)、フリッシュなどの指数論の理論的継承である。

関数論的価格指数論ではまず、一定の効用関数を有する個人の消費行動が定義づけられる。実際問題としては、この効用関数を決定し、基準時点および比較時点の等価的支出を確定することはできない。そこで、関数論的価格指数の定義に可能な限り近似的な値を獲得する研究がなされた。その方向は、2とおりであった。第一は、限界値理論 (theory

38) Roy, H. (1942), "De l'utilite" Hermann et Cie, Paris.

39) Richter, E. K (1962)., "Invariance Axioms and Economic Indexes" *Econometrica*, Vol. 34, No. 4.

37) 木村太郎 (1977), 「価格指数論考」『統計・統計方法・統計学』産業統計研究社, 237頁。なお、改訂版 (1992年) では241頁。

of limits) と呼ばれる、価格水準の変動割合を限界値から絞り込んで確定する方法である。第二は、近似値理論 (theory of approximations) と呼ばれるもので、価格指数の正確な値を近似的に把握する方法である⁴⁰⁾。

多くのテキストで取り上げられている限界値理論のスタンダードな説明は、以下のようである。関数論的価格指数論は他にも上記の近似値論、弾力性論などがあるが、限界値論は関数論的指数論の特徴が明確に出ているうえ、理解が容易であるので、その主張の概要を念頭に入れておくことは、指数論を理解するのに役立つ。

限界値理論は、ミクロ経済学の消費者選好理論の応用である。関連づけられる価格指数が良く知られたラスパイレス指数とパーシェ指数なので、馴染みやすい。

観察不可能な真の価格指数 (真の生計費指数) と観察可能なラスパイレス指数及びパーシェ指数との関係を理論化したのは、コニユスが最初である。コニユスは、この理論を次の2個の公準 (postulate) から解く⁴¹⁾。

公準 1 : 消費者の欲望を満足する一般的状态は、消費される消費財 x_1, x_2, \dots, x_n の数量の関数である。

公準 2 : もし消費者が一定期間に、 $a_1, a_2,$

\dots, a_n の価格をもつ異なる財の数量 x_1, x_2, \dots, x_n を消費したなら、そのとき選択された消費財の量は彼の効用関数が最大化されるように選択されたのである。

これらの公準から導出されるコニユスの結論 (conclusion) は、次のようである⁴²⁾。

結論 1 : 欲望満足の一一般的状态 (生活水準) は、相対価格と消費者の総支出額とによって決まる。

結論 2 : 各財の消費数量は、全ての財の価格と消費者の総支出額によって決まる。

80年ほど前に提起された限界値論のこの原型は、今日ではフリッシュによる無差別曲線アプローチにならって、次のような簡明な説明が与えられている⁴³⁾。まず、2財モデルで考える。ある消費者が2財 q_1, q_2 を購入し、2財の組み合わせで消費を行い、満足を得ているとする。この満足の度合いが、効用である。財 q_1, q_2 の組み合わせを考えると、同一の効用を得るにはその組み合わせは2財 q_1, q_2 の代替関係でさまざま考えられる。等しい効用を得る点をつないでいくと原点に対して凸の曲線を描くことができる。この曲線は、効用無差別曲線 (utility indifference curve) である。

当該消費者の所得を Y とし、当該の2財の価格を p_1, p_2 とすると、所得 Y という予算制約のもので購入可能な財の組み合わせが次式である。

$$Y = p_1 q_1 + p_2 q_2 \quad (1)$$

(添字は財の番号)

40) 消費者行動論及び消費者選好論の理論的検討に関しては、それだけで別のテーマになる。下記に掲げるテキストは代表的なものであるが、この他にも多くのテキストがある。この理論の説明の仕方、理解の仕方には著者によって相異があるので、何をもちょう標準的とするかは難しいが、ここでは一般に普及している簡明な説明にとどめた。矢野誠 (2001) 『ミクロ経済学の基礎』岩波書店、2001年、参照。

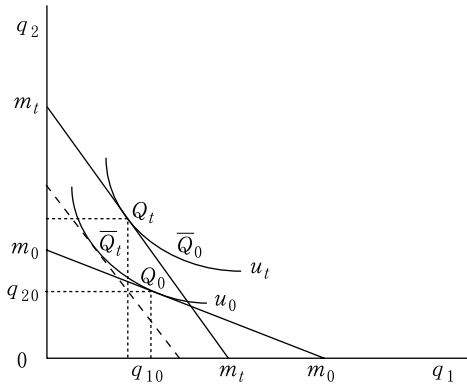
41) Konüs, A. A. (1939), "The Problem of the True Index of the Cost of Living", *Econometrica*, Vol. 7, pp. 12-13. (

, N. 9-10, 1924. の英訳)

42) Konüs, A. A. (1939), *ibid.*, p. 14.

43) 代表的な説明の例として、ここでは経済産業省政策局調査統計部編 (2005) 『指数の作成と利用 (鉱工業指数読本: 第5版)』202-204頁の説明に依った。この説明は、若干の語句の修正があるものの、初版 (1985年) から20年間変わっていない。

図 消費者選好図



所得と2財の価格を与件として、消費者はこの条件下で最大の効用を得ようと行動すると仮定する。この場合 q_1, q_2 の組み合わせは、予算制約式と無差別曲線の接点で決まる。 q_1, q_2 の組み合わせが、均衡購入量 (equilibrium purchase) である。

ミクロ経済学の消費者行動モデルでは、このように代替関係にある財を品質の異なる財として定義し、そこでの消費者選好の関係を異なる財の消費量として、また消費者均衡点を予算集合と無差別曲線の接点で示す。

基準時点における2財の価格が p_{10}, p_{20} であり、予算制約式が m_0, m_0 であるとする。予算制約のこの直線と無差別曲線 u_0 との接点 $Q_0 (q_{10}, q_{20})$ は、基準時点での2財の購入量の組合せである。基準時点の2財の購入結果は、

$$Q_0 = \sum_{i=1}^2 p_{i0} q_{i0} \quad \text{となる。} \quad (2)$$

これを多数財に敷衍すると、次式が得られる。

$$Q_0 = \sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i0} \quad (3)$$

ところで、 t 時点で各財の価格が p_1 から p_2 に変化したとすると、この価格体系のも

とで、上記の組み合わせと等しい効用を得るには、同一の無差別曲線 u_0 上の点を \bar{Q}_t とし、この点での均衡購入量を \bar{q}_t とする次式になる。

$$\bar{Q}_t = \sum p_t \bar{q}_t \quad (4)$$

新価格体系 P_t のもとで従来の購入量 q_0 を得る組み合わせ $\sum p_t q_0$ と比較すると、無差別曲線は原点に対して凸であるから、

$$\sum p_t q_0 > \sum p_t \bar{q}_t \quad (5)$$

となる。

消費者は新価格体系のもとで、基準時の購入量を継続して $\sum p_t q_0$ の支出を行わない。

彼はより大きな効用をもとめて、基準時点の価格体系で決まる購入量よりも有利な購入の組み合わせを選択し、無差別曲線 u_t 上で $\sum p_t \bar{q}_t$ の支出をする。これを0時点の実際の購入額で除すると次式のようなのである。

$$P_t^L = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} > \frac{\sum p_t \bar{q}_t}{\sum p_0 \bar{q}_0} = I(u_0) \quad (6)$$

(6) の不等式の左辺はラスパイレス指数であり、右辺は効用不変価格指数である。真の価格指数がラスパイレス式でもとめた価格指数より小さいことを示したこの不等式は、価格体系が変化した場合、消費者はもとの価格よりも有利な購入量を選択するはずであるという仮定のもとに成立する。

次に t 時点に実現した財の購入を考えてみる。図の $Q_t = \sum p_t q_t$ について、この時点の無差別曲線は u_t である。価格体系 P_0 を考えた場合、それぞれの p_0 のもとで効用 u_t を得るための均衡購入量は、 u_t 曲線上で0時

点の予算制約式 $m_0 m_0$ との平行線 $m_1 m_1$ との接線 Q_0 でのそれとなる。この点での均衡購入量を q_0 とすると、

$$\sum p_0 q_t > \sum p_0 \bar{q}_0 \quad (7)$$

が成立する。

u_t の効用不変価格指数を、

$$I(u_t) = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 \bar{q}_0} \quad \text{とすると、}$$

$$I(u_t) = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 \bar{q}_0} > \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} = P_t^P \quad (8)$$

である。

P_t^P は、パーシェ指数である。

ここで $I(u_0) \approx I(u_t)$ と考えられるから⁴⁴⁾、 $P_t^L > I(u_t) \approx I(u_0) > P_t^P$ が成立する。

このように、真の価格指数（測定できない）は、ラスパイレス指数を上限值とし、パーシェ指数を下限值とみなす領域の範囲に存在するというわけである。

（3）消費者行動論の問題点

限界値論に代表される、無差別効用曲線、予算制約線、消費者均衡点などの概念を使った消費者選好理論は、後述のように限定された消費者個人の選好尺度不変の仮定をおいた理論構成物である。その内容はこの消費者個人の消費慣習が変化しない短期の、静態的性格の指数論である⁴⁵⁾。

消費者選好論は、非現実的ないくつかの仮定の下に成立する。消費者は、目的となる価

格指数に対して限定された行動をとる集団のなかの抽象的な個人である。所与の予算をもつこの消費者は、効用関数に表される選好尺度に従って効用最大化の原理のもとで消費行動を行う。一定の予算制約のもとで、消費者は最大の効用をもとめて行動しその実現が仮定される。行動動機は主観的であり、価格水準が比較される2時点間で選好尺度は変わらない。

財はさしあたり2財であり (toy problem)、相互に代替的である。それぞれの財にはそれぞれ2時点の価格が与えられる。

理論のフレームは、以上のとおりである。一見して、ここに与えられた経済は特殊な条件のもとで、いわば現実からの抽象ではなく、観念的にかつ先見的に構成された空間である。単独の消費者の行動にそくした原理が構成されることを含め、上記の諸条件は予め証明することの必要のない与件、本稿のテーマにそくして言い換えれば公理的与件と考えられている。想定されたこの空間は、実はどこにもない世界である。内容が空疎なので、まさにそれゆえに市場原理が成立している空間さえ保証されれば、どの経済社会にも適用可能である。そのようなアプローチで歴史的、社会的な尺度である価格の水準と動向を測ることは難しいであろう。

次いで、財が相互代替的な2財が与えられ、消費者はそれぞれの財の相対的な価格の変化の情報をいち早く得ることができると仮定され（その費用には触れず）、個々の消費者は効用最大化に向けて行動する。効用最大化の行動と言っても、その内容は所与の価格水準にある財の組み合わせによってえられるものの最大値をめざす行動であるから、これも驚くほど単純な条件である⁴⁶⁾。くわえて、効

44) この仮定は、多くの論者が指摘するように、簡単に断定できない。

45) 限界値論を非現実的な短期的な「単なる個人的指数」として批判的に論じたものとして次の論稿がある。高崎禎夫 (1975)、「価格指数論史」佐藤博編著『現代経済学の源流 学説史的検討（講座：現代経済学批判）』日本評論社、とくに212-218頁。

46) 塩沢由典は、複雑系経済学構築の観点から、経済学のこうした人間経済活動原理の非現実性を手厳しく批判している。塩沢由典 (1997)、

用最大化行動の仮定といっても、消費者が価格情報をすぐさま得ることができることが、またそれが結果として実現すると予定されていること、さらに相互代替の条件におかれている財の範囲での効用の最大化にすぎないことなど、いくつかの前提がある。これらの前提はある程度、現実からの抽象の側面がないわけではないと強弁することはできるかもしれないが、論理の全体は、先に指摘した公理をもとに、極めて制約された思惟の範囲で、観念的、形式的な演繹による命題の導出のプロセスである。

論理展開を現実に近づけるために、消費者選好論は市場に存在する財を2財から、多数財へ、その一般化をはかる。しかし、その一般化の方法は、記号による一般化である。形式的な演繹の過程は、省略されることがある。

「真の価格指数」が指しているものが何かは不明であるが、限界値論を支持する論者は上記の公理的説明で、その存在がラスパイレス指数とパーシェ指数との間に存在することを「証明」したかのように考える。しかし、現実経済の動態の考察を回避したそのような論理操作から意味のある回答は出てこないのではなからうか。

以上、要するに、消費者行動の理論は日常の消費生活とは全く脈絡のない、消費者行動の「理路整然」とした数学的分析である。すなわち、消費する諸財の関数として「効用」がはかられ、その関数の導関数が「限界効用」であり、同一の効用を与える諸財の組み合わせの軌跡が「無差別曲線」である。その理論を理解するには、初等の微積分の知識さえあればよく、経済全体のメカニズム、また消費経済に関する実態的な知識のあるなしは、理解の深浅に関わらない⁴⁷⁾。

⁴⁷⁾『複雑さの帰結 複雑系経済学試論』岩波書店、30 31頁、125頁、256頁など参照。

47) この簡明な要約は、佐和隆光『経済学とは何

なお、公理的アプローチの関わり指摘すると、P. A. サミュエルソン (P. A. Samuelson) が上述の消費者選択理論を公理的観点から進化させたことを指摘しておきたい。彼の提唱したアプローチは、無差別曲線アプローチによることなく、最小限の反証可能な公理からの演繹でこの理論の諸定理を証明するというものである。無差別曲線を使わないという点では A. A. コニユスの指数論も同様であったが、P. A. サミュエルソンのアプローチは最小限の公理において「消費者選択指数理論が実証分析の場面で、価格と数量データの範囲で、何を論証できて何が論証できないのかを単純明確に語っている点で優れていた⁴⁸⁾。もっともサミュエルソン・アプローチの優位性に関わるこの評価は、あくまでも公理的観点という条件の下でのそれである。したがって、サムエルソンの提唱は、筆者が本稿で展開している公理的アプローチそのものの評価を変えるものではない。

第3節 価格指数のテスト

(1) 種々の指数と公理的アプローチ

ILO マニュアルは、公理的アプローチの説明に先立ち、指数論の簡明な解説を与えている。価格指数は「2つの時点に関する価額の比を、2時点間の価格の全般的な変化を計測する成分」であり、これは2時点間の数量の全般的な変化を計測する成分である数量指数とセットである。最も単純な指数は、固定マーケット・バスケット方式の指数であり、

だろうか。岩波書店、1982年、87 88頁、を参照。

48) 岡部純一 (2002)、「顕示選好の歪みと指数理論」『アルテス リベラレス』(岩手大学人文社会科学部紀要) 第71号、61 62頁。この論稿は消費者選択理論による価格指数の理論化が事実上すでにほとんど破綻している、という視点で書かれているという点で刺激的である。

このバスケットを基準時で固定するか、比較時で固定するかで、ラスパイレス式とパーシェ式とがある。ラスパイレス指数とパーシェ指数の算式は、既に示した。

この他、ロウ指数、フィッシャー指数、ウォルシュ指数、ツリンクピスト指数などが登場する。それぞれの算式は、順に次のとおりである。

$$\text{ロウ指数} \quad P_{L0} \equiv \frac{\sum_{i=1}^n p_i^t q_i}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i}$$

$$\text{フィッシャー指数} \quad P_F \equiv \sqrt{P_i P_p}$$

$$\text{ウォルシュ指数} \quad P_W \equiv \frac{\sum_{i=1}^n p_i^t \sqrt{q_i^t q_i^0}}{\sum_{i=1}^n p_i^0 \sqrt{q_i^t q_i^0}}$$

$$\text{ツリンクピスト指数} \quad p_T = \prod_{i=1}^n (p_i^t / p_i^0)^{\sigma_i}$$

$$\text{ここで} \quad \sigma_i = \frac{S_i^t + S_i^0}{2}$$

ロウ指数は、比較時点間において、マーケット・バスケットと呼ばれる一定量の財の数量の購入に要する費用の割合の変化として指数が定義される。フィッシャー式は、ラスパイレス式とパーシェ式のそれぞれの指数の幾何平均である。ウォルシュ指数は、数量が2時点の数量の幾何平均で構成される。ツリンクピスト指数は、2時点間の平均支出割合をウェイトとする価格比の幾何平均である⁴⁹⁾。

指数論への公理的アプローチの一般的な方法は、まず複数の公理をたて、この公理を基準に個々の指数をテストと呼ばれる方法で点検する。具体的には、指数が持つべき特質が

公理として掲げられ、種々の指数をテストにかける、テストに合致すれば、そのテストに限ってのことであるが、妥当な指数とみなされ、逆は逆である。テストは、複数あるので、個々の指数はあるテストには合格しても、他のテストには合格しないこともある。いずれにしても、複数のテストを受けることで、指数の性格、得失が定められる。このアプローチの考え方は、指数の背後には「真の物価水準」が存在するとみなし、個々の指数が表象する物価水準はこの「真の物価水準」とは何がしかのズレをもつ観測値とみなされるので、公理にもとづくテストによって個々の指数の指数としての妥当性を吟味するというものである。その目的は「真の物価水準」を反映する望ましい指数の採択を可能な限り目指すことである。こうした考え方は、統計学の分野の伝統として古くからあり、フィッシャーのテストが古典的なテストとしてつとに知られている⁵⁰⁾。

50) T 1 : 比例テスト [proportionality test: $p_{it} = \lambda p_{st}$ ($i = 1, 2, \dots, n$)], T 2 : 循環テスト [circular test: $p_{sh} p_{ht} = p_{st}$, ここで $h = s$ とすると同一性テスト (identity test), $t = s$ とすると時点転逆テスト (time reversal test) であるから、循環性テストはこれらのテストを含む]。T 3 : 確定テスト [determinateness test : 指数に現われる各財の価格や数量がゼロに近づいても p_{st} は無限大、不定あるいはゼロにならない]。T 4 : 単位無差別テスト [commensurability test : 財の測定単位を変更しても指数の値は変化しない]。T 5 : 要素転逆テスト [factor reversal test: $P_{st} Q_{st} = V_{st}$ ここで

$$V_{st} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_s q_s}.$$

しかし、周知のように、フィッシャーのテストは整合的でなく、相互に矛盾しているものがあることは早くから知られていた。T 2, T 3, T 4 を同時に満たす指数は存在しない (フリッシュ), また T 1, T 2, T 5 を同時に満たす指数は存在しない (ワルド)。

49) ディビジア指数を対数変化型指数で離散近似したとき、ウェイトを当期と前期の平均値でとると、ツリンクピスト指数に帰着する。ここでは、そのことの指摘にとどめる。

ILO マニュアルは、CPI のベースにある指数論と経済理論について書かれた第15章から第18章のうちの1章を割き、CPI の公理的接近法を紹介している⁵¹⁾。公理的アプローチは、このマニュアルによれば「指数がもつこと望ましい多くの特性を列挙し、特定の算式がそれらの特性をもっているかどうかを検査する」方法と述べられている⁵²⁾。それは「指数算式の数学的特性を見ること」であり、「指数の望ましい性質を提案し、任意の算式がこれらの性質又は検査に矛盾しないかどうかを見つける」ことである⁵³⁾。指数論への公理的アプローチについて、上記で指摘したことと同じようなことがここでも指摘されている。

(2) 「第1公理的接近方法」と「第2公理的接近方法」のテスト基準

公理的接近法をこのように説明し、同書は指数の枠組みを「1元的指数」と「2元的指数」とに区分する。前者は一時点の価額合計値を、その時点の価格水準を反映した数字と数量水準を反映する数字との積に分解する指数であり、後者は同じ n 品目の価格及び数量が2時点について与えられ、指数の目的が1時点の全般的な価格水準をもう1つの時点と比較する指数である。価格ベクトルと数量ベクトルを独立変数とみなされる「1元的

指数」では、物価および数量水準の決定の公理的アプローチを追及することは無益とし、次いで2元的価格指数を決定する場合への公理的方法の適用を「第1公理的接近方法」と「第2公理的接近方法」とに区分する。前者は「価格及び数量指数、比較される2つの時点に関する2つの価格ベクトルと2つの数量ベクトルの関数として定義」⁵⁴⁾され、20の公理を要求する。後者は「価格指数は2組の価格又はその比率、及び2組の価額の関数として定義」⁵⁵⁾され、17の公理を要求する。

「第1公理的接近方法」は、フィッシャーが開発した伝統的テストである。価格指数、数量指数は、比較される2つの時点に関する2つの価格ベクトルと数量ベクトルの関数で表される。価格と数量とは、基本的に独立変数である。フィッシャー指数は、ここで掲げられた20のテストを全て満たすので「最良」である、あるいは全てのテストを満たすのはフィッシャー指数のみである。ラスパイレスおよびパーシェ指数は、3つの逆転テスト(時間逆転テスト、数量逆転テスト、価格逆転テスト)を満たさないが、もし個々のテストの重要性が同等であるならば、これらの指数は「次善」である⁵⁶⁾。

「第2公理的接近方法」。ここでは価格指数は2組の価格またはその比率、および2組の価額の関数である。ここではそれらのうち、主な8つのテストを引用する⁵⁷⁾。

T 1 正符号性 (価格指数および価格と数量の構成ベクトルは正である。)

$$P(p^0, p^1, v^0, v^1) > 0$$

T 3 同一性 (もし全ての生産物の価格が両時点で同一ならば、価格指数は、数量ベクトルが何であろうが、1である。)

51) ILO のマニュアルで説明されている公理的アプローチは、「公理」と「検査(テスト)」の用語上の区別が曖昧なところがある。本稿では「公理」と「検査(テスト)」とを次にように区別する。前者は、指数に数学的厳密性を確保する意味で必ず有しななければならない特性であり、後者は個々の算式がこれらの特性に適合するかどうかを検証する手段であり、文字どおり「テスト」である。

52) 国際労働機構(2006), 「消費者価格指数マニュアル・理論と実践」(日本統計協会訳)「読者ガイド」, 21頁。

53) 前掲書, 483頁。

54) 前掲書, 12頁。

55) 前掲書, 17頁。

56) 前掲書, 497頁。

57) 前掲書, 510-515頁。

$$P(p^0, p^1, v^0, v^1) = 1$$

T 5 基準時点価格反比例性 (時点0のすべての価格に正数 を乗じると, 新しい価格指数は元の価格指数の1/ 倍である。)

> 0 に対し,

$$P(\lambda p^0, p^1, v^0, v^1) = \lambda^{-1} P(p^0, p^1, v^0, v^1)$$

T 10 時間逆転検査 (もし時点0と1のデータを入れ替えたとする, 得られる価格指数は元の価格指数の逆数と等しくなる。)

$$P(p^0, p^1, v^0, v^1) = 1 / P(p^1, p^0, v^1, v^0)$$

T 11 固定価額ウェイトの場合の価格の遷移性 (時点0から1への指数に時点1から2への指数を乗じた積は, 時点2の価格を時点0の価格と直接比較した指数に一致すべきである。)

$$P(p^0, p^1, v^r, v^s) P(p^1, p^2, v^r, v^s) \\ = P(p^0, p^2, v^r, v^s)$$

T 14 現在価格に関する単調性 (時点1のある価格が上昇するならば, [価格ベクトルは固定するとして] 価格指数は上昇すべきであり, $P(p^0, p^1, v^0, v^1)$ は p^0, v^0, v^1 を固定したとき, p^1 の要素において増加する。)

$P^1 < P^2$ ならば

$$P(p^0, p^1, v^0, v^1) < P(p^0, p^2, v^0, v^1)$$

T 16 自己の支出割合による価格のウェイト付け (ここで $\left[v_1^t / \sum_{k=1}^n v_k^t \right]$ は時点 t の商品1への支出割合 s_1^t に等しい。2時点の支出を任意に与えるとすれば, 指数は商品1の2つの価格及び商品1の2つの支出割合のみに依存する。)

$$P(p_1^0, 1, \dots, 1; p_1^1, 1, \dots, 1; v^0 v^1) \\ = f\left(p_1^0, p_1^1, \left[v_1^0 / \sum_{k=1}^n v_k^0 \right], \left[v_1^1 / \sum_{k=1}^n v_k^1 \right]\right)$$

T 17 微小な価額ウェイトを持つ価格変化の無関係性 (商品1の価額ウェイトが微小ならば, 2つの時点の間の商品1の価格がどうあっても指数には関係ない。)

$$P(p_1^0, 1, \dots, 1; p_1^1, 1, \dots, 1; 0, v_2^0, \dots, v_n^0; \\ 0, v_2^1, \dots, v_n^1) = 1$$

ツルンピストまたはツルンピスト・タイル指数がこの掲げられた17の全てのテストをクリアすると指摘されている。ただし, この指数は要素逆転テストを満足しない。ロウ指数は時点逆転テストと循環性テストを満たすので, 公理的アプローチからは優れた指数といえる。これがILO マニュアルの結論である⁵⁸⁾。

(3) 公理的アプローチの帰結とその克服

以上, ILO マニュアルが依拠する公理的アプローチについて, その公理がどのようなものかを見た⁵⁹⁾。

テストは, その呼び名が「最良指数」であろうが, 「理想的指数」であろうが, 「真の価格指数」に近似する絶対的かつ客観的な, 一元的指数の選択のために行われる。公理は, その基準である。

問題は結局, 価格指数が何を測定しているのか, という旧くて新しい問題に帰着する。指数が測定しているのは, 貨幣価値の変動なのか, 生計費の変動なのか, あるいは文字どおりに諸物価の平均的水準の変動なのか, である。それとも, 価格指数はデフレータ作成のために用意されるものであろうか。種々の指数が編み出され, それらがテストにかけら

58) 前掲書, 515-520頁。

59) ILO マニュアルは, 公理的アプローチの制約に自覚がないわけではない。「公理的接近法の1つの制約は, 公理のリストが不可避免的に若干恣意的であるということである。……公理的接近法を単純に適用することのもう1つの問題は, どの検査が不合格であるかを知っても十分ではないという点である。その指数がどの程度ひどく不合格であるかを知ることにもまた必要である」。[国際労働機構 (2006), 14頁]

れて、指数としての可否が問われるが、残念ながら、この点の議論が欠けている。公理論的アプローチは、それに先立つ経済学的な範疇規定、正確な概念構築が必要であるが、それらが無い。テストによって「理想指数」や「最良指数」をもとめるアプローチには、殊にこの点の理論的な自覚が乏しい。

公理に基づくテストによって個々の算式をチェックするアプローチの目的は、時点転逆テストを例にとれば、基準時点と比較時点とを置き換えて比較の方向を逆にしても変化の割合が同一であるかどうかを点検するものであるし、要素転逆テストでは同形の算式を使った価格指数と数量指数との積が金額指数に一致するかどうかを点検するというように、算式そのものの無矛盾性を判断することである。要するに、アプローチの方法そのものが、指数の経済学的検討に関与しない形で構成される。もめている価格指数を「真の価格指数」「真の生計費指」「最良の価格指数」と称していること事態が、この一元的価格指数がいったい何を測定しているのかが正確に認識できていないことを示している。公理論的アプローチにたよるかぎり、価格指数のもつ固有の経済学的な認識への道は拓けない。

かつて、貨幣価値変動の測定に指数の重きがおかれていた時代があった。19世紀後半段階までの金本位制度下（ないし金・銀複本位制度下）のヨーロッパ資本主義経済では、貨幣価値の変動は市場の諸商品価格水準の変動と繋がり、また国内物価水準の変動は為替平価の変動と対応していた。価格指数は貨幣価値ないし貨幣の購買力を反映しているものとみなされ、価格指数の代表とみなされていた卸売物価指数が一元的な物価指数として通貨政策、景気対策のメルクマールとして利用されていた。原子論的アプローチからの一元論的指数論が登場した客観的背景は、こうした状況がある。しかし、大戦後、物価水準は分裂状況になる。卸売価格と小売価格との乖離、

生産財価格と消費財価格との乖離などがそれである。価格指数論の重心は種々の商品相互間の価格変動の測定に関心が移り、このなかで関数論的アプローチからの多元的指数論が、原子論的アプローチの価格指数論に対する猛烈な批判として登場してきた。経済活動に必要な貨幣量の変化を表す価格指数を各経済主体の差異という視点から分解したハーバラーによる、また価格変動の多元的分裂を複数価格指数とその差異から説明したケインズ（J. M. Keynes）による多元的価格指数論の展開は、資本主義経済と通貨制度の大きな変化を背景においている⁶⁰⁾。

詳しく論じる余裕はないが、複雑で多様な現代資本主義の経済の価格水準は一元的なものでありえず、多元的な指標で示されるべきである⁶¹⁾。現代の複雑な価格変動の現実を把握するには、貨幣側の要因によるそれを測定する一般的価格指数を含んだ一般的価格指標体系の構築が必要である。公理論による抽象的世界に存在するとことを予定された「真の価格指数」「最良の指数」という理念的、一元的価格指数を考えるのではなく、現実分析にふさわしい一般的価格指標体系を構築することがもとめられているのではなからうか⁶²⁾。この点については、本稿のテーマの範囲を超えるので、機会を改めて論ずることとしたい。

60) 木村太郎 (1977), 前掲書, 参照。

61) 岡部純一は、次の論稿の前半で価格指数論史を一元論（物価変動の統一的動向を対象とする単一価格指数を究明する理論）と多元論（異なる物価変動の多岐的動向を対象とする複数価格指数を究明する理論）の2つの系譜に整理している。岡部純一 (1989), 「価格指数論から物価指標体系論へ」『統計学』（経済統計学会）56号。

62) 是永純弘 (1978), 「インフレーションと物価指数論」松井安信他編『信用と外国為替：ミネルヴァ書房, 213頁, 参照。

おわりに

本稿は価格指数論への公理的アプローチの検討に先立ち、まず経済学への公理論の適用に関する過去の数少ない批判的検討をまとめ、予備的考察とした。次いで、公理的アプローチの検討を行った。

ひとくちに公理的アプローチといっても、ミクロ経済学の消費者選好論に立脚した価格指数論である限界値論などにみられるそれと、いわゆる関数論的アプローチや統計的アプローチに使われるそれとがある。両者は、指数論への適用の方法のディテールでは異なるが、現実の経済分析、価格分析に関与することなく、理念的に価格指数論を先見的な公理から展開するという意味では同一である。

公理的アプローチは、本稿で見てきたように価格指数論の主要な方法になっている。経済学の分野でも、統計学の分野でも、定義は性格に定めなければならない、論証が必要な場合は、それを避けて通れない。

しかし、「真の価格指数」「最良の価格指数」

を公理的に導出し、それによって指数算式の優劣、得失を考えるまえに、価格指数で何をどのように測定するのかの経済学的検討がなければならない。学説史的には一般的物価水準に影響を与える貨幣価値の変動の測定が探求されたことがかつてあり、現在の管理通貨制度のもとでも価格の度量標準の名目的切り下げはインフレーションを招来するから、そうした貨幣側の要因から生まれる価格変動をとらえる総合的な、ないし一般的な価格指数は必要であろう。こうした指数がまずあって、さらに複雑な経済系に適合的な種々の価格指数体系を構築することこそ重要である。

この問題意識は、公理的アプローチそのものからは出てこない。公理的アプローチに依拠した現状の価格指数論は、その経済学的内容の明確でない「真の価格指数」「最良の価格指数」といった一元的価格指数をめぐる議論に帰着する。複雑な物価現象を一元的に定めようとする自体、実態の経済から遊離することになるということにもっと自覚的であるべきである。本稿の結論は、この点にある。