

氏 名	岡 将太郎 <small>おか しょうたろう</small>
学位の種類	博士(理学)
報告番号	甲第472号
学位授与年月日	2018年3月31日
学位授与の要件	学位規則(昭和28年4月1日 文部省令第9号) 第4条第1項該当
学位論文題目	Canonical approach — Investigation of finite density QCD phase transition — (カノニカル法—有限密度 QCD 相転移の研究—)
審査委員	(主査) 中山 優 (立教大学大学院理学研究科准教授) 田中 秀和 (立教大学大学院理学研究科教授) 村田 次郎 (立教大学大学院理学研究科教授)

## I. 論文の内容の要旨

### (1) 論文の構成

第1章の序論では、研究テーマの背景と研究に至った動機が示されている。

第2章から第6章までは本研究テーマの基礎的事項および、先行研究の結果とその問題点を挙げている。第2章と第3章は有限温度、有限密度の格子 QCD (量子色力学) 理論の解説であり、数値計算に焦点をあて、モンテカルロ法による経路積分の評価を既存の方法に基づいて解説している。第4章は、その既存の方法の一番の問題である符号問題を導入し、それを回避するためにこれまで考えられてきた様々な手法とその問題点を指摘している。第5章では、符号問題を回避する可能性がある一つの方法としてカノニカル法を取り上げ、その先行研究の結果をレビューしている。第6章では分配関数の計算に必要な巨大なディラック行列式の数値評価を行うための種々の近似テクニックを考察している。

第7章以降が本論文の主題であり、本人のオリジナルな内容である。第7章ではカノニカル法で現れる数値不安定性の問題点をその原因とともに指摘し、多倍長精度の計算を行うことで回避できることを示している。第8章では、この改良を元に、実際に格子ゲージ理論における種々の物理量を計算し、QCD の相図を描くために必要な世界最高密度での数値計算を行った結果を報告している。第9章はまとめであり、今後の展望が書かれている。

### (2) 論文の内容の要旨

自然界には4つの力が存在するが、その中で核力をつかさどる「強い力」はその名前の通り非常に強い力である。理論的には強い力は QCD と呼ばれるゲージ理論で定式化されるが、他の力と違って摂動展開が使えないために、その定量的な理解は非常に難しい問題であった。とりわけ、有限温度・有限密度の QCD では、一般に様々な相転移現象(カイラル相転移、閉じ込め相転移、カラー超電導相転移)などがモデルによって予言されているが、実際に何が起きているかはよくわかっていない。本論文のテーマは、第一原理から数値的にこの問題に取り組む、いわゆる格子ゲージ理論における研究である。

格子ゲージ理論では時空は離散化され、熱力学的量の計算は、いわゆるファインマン経路積分に基づいて、離散化された時空の各点における多次元積分の形で表される。この多次元積分を愚直に数値積分することは現実的には実行不可能であるが、格子ゲージ理論ではこれをモンテカルロ法を用いて確率的なサンプルを取ることで物理的な予言をしてきた。

しかし、このモンテカルロ法は有限密度では確率が虚数になって定義できないという「符号問題」が存在する。それは、有限密度を大分配関数で定式化すると化学ポテンシャルの寄与からその重みが虚数になるからである。そのため、有限密度の QCD の相図を格子ゲージ理論で調べることは困難であった。本論文では、その困難を回避する手法として提案さ

れた「カノニカル法」をテーマにしている。基本的なアイデアは、大分配関数のモンテカルロ計算では確率が虚数になるが、カノニカル分配関数では虚数が現れないという理論的な観察から、カノニカル分配関数を經由して熱力学量を求めようという作戦である。

残念ながらこの方法にも問題があり、先行研究では粒子数が多い状況でのカノニカル分配関数の計算には数値的な不安定性があるということが示されていた。本論文で、申請者はこの数値的な不安定性は離散フーリエ変換時の「桁落ち」に由来することを指摘し、その不安定性を取り除くために多倍長精度で数値計算を行うことを提案した。

この提案は結果的に数値的な不安定性を取り除き、申請者のグループは、世界最高密度での QCD のシミュレーションを行うことに成功した。その数値計算はこれまで行われてきた低密度での数値シミュレーションと矛盾がないことを示しているだけでなく、より高密度での QCD の性質を世界で初めて探索することが可能になった。本研究の結果ではまだ相転移の兆候は見つけれられてなく、もし相転移が本当に存在するならば、より高密度であるということが結論された。

## II. 審査結果の要旨

### (1) 論文の特徴

有限密度 QCD における符号問題の回避は格子ゲージ理論における悲願である。本論文では、カノニカル法とその改良を用いて符号問題の回避に挑戦した。従来カノニカル法は数値的不安定性のためにうまくいかないと考えられていたが、申請者はその問題点を指摘、克服し、世界最高密度での格子ゲージシミュレーションに成功した。この計算結果は、QCD の相図について人類に新しい知見をもたらすものである。

### (2) 論文の評価

自然界の4つの力のうち「強い力」はそれをつかさどる QCD において摂動展開が使えないために、その第1原理からの予言は計算機によるシミュレーションに頼る他はない。中性子星の内部など高密度での QCD の振る舞いを調べることは理論物理学における重要な問題であるが、いわゆる「符号問題」が存在し、計算機によるシミュレーションも困難であった。申請者は、本論文において、カノニカル法とその改良によってこの困難を退け、有限密度の格子ゲージ理論のシミュレーションが可能であるということを示した。

カノニカル法は「符号問題」はないものの、数値的な不安定性があると信じられており長年顧みられることがなかった手法である。申請者はこの数値的な不安定性がどこに潜んでいるのかを同定することに成功し、さらにその回避法を提案した。これによって初めてカノニカル法が実用的になり、当時として世界最高密度での格子 QCD のシミュレーションが可能になった。この点は、当該分野の発展に大きく寄与するものである。さらに、申請

者の得られた高密度 QCD のシミュレーションは、高密度 QCD の相図についての新しい知見を人類に与えるものであった。そのため、審査委員会としては学位論文として高い評価を与えた。

また、本研究は場の量子論に関する深い知識を必要とするものであり、論文提出者が博士号の学位に相応しい学問的力量を持つ事を示すものである。

申請者の研究結果は、既に国際学術雑誌に発表されている。

- A. Nakamura, S. Oka and Y. Taniguchi, "QCD phase transition at real chemical potential with canonical approach," JHEP 02 (2016) 054.
- R. Fukuda, A. Nakamura and S. Oka, "Canonical approach to finite density QCD with multiple precision computation," Phys. Rev. D 93, 094508 (2016).
- S. Oka, "Exploring finite density QCD phase transition with canonical approach—Power of multiple precision computation—," PoS (LATTICE2015) 067 (2016).

この中の前2本の論文は共著論文であるが、博士論文提出者が主体的に研究を押し進めて得た結果であることは確認されている。

2018年1月12日、午前11:00から正午に本論文に関する公聴会が開かれた。申請者は論文の内容を明快に説明し、また質問に対する応答も満足すべきものであった。