

統計指導17年の実践報告と将来に向けて

内田 芳宏

1. はじめに

私の本務校は立教大学の併置校である立教池袋中学校・高等学校（以下本校）である。本校の高校3年生を対象とした選択科目において、2002年度から2018年度までの17年間の確率・統計分野の実践報告ならびに将来にむけて報告させていただく。

本校の高校3年生には、月曜日から土曜日まで毎日2時間連続の「自由選択」という選択科目がある。

- ・ 5、6時間目（土曜日は3、4時間目）に2時間連続で設定されている選択科目群

- ・ 各曜日に8～10講座
 - ・ 最小実施定員は1名
 - ・ 生徒は毎日1講座、合計6講座の履修
 - ・ 7割近くは、立教大学の教員や専門家が担当
- 次期学習指導要領の新科目である理数探究にそのまま対応できる理科や数学の講座もすでに開講されている。その中の一つに「データ分析入門」という講座があり、最終的には統計検定3級から2級レベルの内容を目指すような内容になっている。立教大学でも統計検定の受講を勧めており、理学部のみならず社会学系の学部でも統計的なデータの活用が望まれているのは明らかであり、開講した当時（2003年度）からの世の中の変遷を考えると、世の中ではニーズがあったものの数学教育のなかで最も疎かにされていた分野が脚光をあびる時代となったと

考えている。

2. データ分析入門に至るまでの変遷

「データ分析入門」（以下、本講座）は、初めからデータ分析入門という名前ではなく、指導内容も異なっていた。その変遷を表1にまとめておく。

年度	講座名
2002～2011	確率・統計入門
2012～2015	統計処理入門
2016～2018	データ分析入門

表1 講座名の変遷

講座名の変遷は3つであるが、内容に関しては幾度となく改訂されている。使用しているテキストが、如実に表しているので、表2にまとめた。

3. 初期における指導内容

勤務校に高等学校が併設されたのは2000年度、1期生が高校3年生になるのが2002年度であり、その初年度から数学科として数学ⅢやCと並んで開講された講座が「確率・統計入門」であった。使用テキストを見るとわかる通り、統計処理、データ分析というより、学習指導要領に則った確率論や統計学の内容に近く、履修する生徒の多くが、数学Ⅰや数学Ⅱの指導内容の延長を期待していた。数学Ⅲや数学Cと

期	年度	使用テキスト		
初期	2002 ～ 2006	統計（モノグラフ（22））単行本	1998/7/1	村上 哲哉（著）
		統計（モノグラフ（21））単行本	1998/7/1	村上 哲哉（著）
		確率・統計（高専テキスト）	2005/11	高遠 節夫（著）
統計解析期	2007 ～ 2015	完全独習 統計学入門	2006/9/28	小島 寛之（著）
		統計学がわかる	2007/9/7	向後 千春、 富永 敦子（著）
		確率・統計（高専テキスト）	2005/11	高遠 節夫（著）
		新確率・統計（高専テキスト）	2013/12/1	高遠 節夫（著）
		新確率・統計問題集（同上）		
データ分析期	2016 ～ 2018	単位が取れる統計ノート	2004/11/23	西岡 康夫（著）
		数学ガールの秘密ノート / やさしい統計	2016/10/29	結城 浩（著）
		統計検定問題集 3 級・2 級・1 級		日本統計学会（編集）
		統計問題集（代々木ゼミナール編集）		

表 2 使用テキスト一覧

同時に履修できることもあり、確率分野の応用問題や、行列や漸化式を伴う確率の問題を扱うことになり、統計より確率の内容の充実に重点を置いていた。この時期の教科書では条件付確率の記述は弱く、条件付確率、乗法公式、ベイズの定理の指導した。

一方、統計を学習したいというニーズも少なからずあり、わかりやすいテキストを求めて模索し始めた時期でもある。

また、本校では 2000 年度に高等学校を併設した時から情報科を設置と合わせ、コンピュータ教室（以下情報教室）を設置した。徐々に活用を始めたものの ITC 化より座学が中心の講座であった。

4. 統計解析期における指導内容

講座名は確率・統計入門のままの年度もあるが、既習の確率の内容に関しては復習程度として、数学的確率から統計的確率へ移行を始めたのが 2008 年度からである。この当時から社会

人向けの統計学や統計分析といった内容の書籍の出版ラッシュが続いた。多くの書籍の中から本校の履修高校生のレベルに応じた書籍を選んだ。それが、以下の 2 冊である¹。

・完全独習 統計学入門

2006/9/28 小島 寛之（著）

・統計学がわかる

2007/9/7 向後 千春・富永 敦子（著）

また、高等専門学校（高専）が使用している数学テキストを入手することができ、大日本図書が発行している「確率・統計」やその後改訂された「新確率・統計」も並行して活用を始めた。

¹ 今でもアマゾン等で容易に入手できる。

前期（1 学期）
1 章 確率 ・ 1 年次の復習 ・ 条件付き確率
2 章 データの整理 ・ 1 次元データ処理 度数分布・代表値・散布度・母集団と標本 ・ 2 次元データ処理 相関と相関係数・回帰直線
3 章 確率分布 ・ 確率変数と確率分布 ・ 2 項分布・ポアソン分布 ・ 連続確率分布 正規分布 いろいろな確率分布

表 3 前期の指導内容

中期（2 学期）
4 章 確率分布 ・ 確率変数と確率分布 ・ 二項分布 ・ 離散的な確率分布と連続的な確率分布 ・ 確率密度関数 ・ 連続型確率分布 ・ 正規分布 ・ 二項分布と正規分布の関係 ・ 多次元確率変数 ・ 同時確率分布 ・ 多次元の確率変数関数とその平均と分散 ・ 統計量と標本分布 ・ 大数の定理と中心極限定理 ・ 母比率と標本比率
4 章 推定と検定 ・ 母平均の区間推定 ・ 母分散の区間推定 ・ 母比率の区間推定 ・ 仮説と検定 ・ 母平均の検定 ・ 母分散の検定 ・ 母比率の検定

表 4 中期の指導内容

以下は、2009 年度の指導内容である（表 3・4）。ここでは、後期（3 学期）は高校 3 年生の授業はほとんど行われなかったために割愛している。その後、多少の入れ替えはあっても、ほぼ変わらずに指導を行った。

この時期から本格的にコンピュータ教室を使用し、授業時には一人 1 台のデスクトップ PC を使用することにした。検定教科書や問題集では、コンピュータの活用が望ましいとあるものの、事例ではデータが 5 件～10 件程度で、データを分析するにはあまりにもデータの個数が少なすぎるのである。総務省統計局のデータや国勢図会、理科年表などのみならず WEB 上には様々なデータが公開されているので、それらを活用し、分析には表計算ソフトの代表であるマイクロソフト「Excel™」を使用することにした。

前期の 1 次元や 2 次元のデータの整理では、200～1000 個のデータ分析も簡単にできるようになり、原理を重視しつつも Excel の操作に慣れることに主眼を置くことになった。

ただし、以下の注意点は 2018 年度になっても変わらないことを付け加えておく。

・ Excel には様々な関数（コマンド）があり、生徒に必要な数値は原理を知らなくても関数を用いてしまうと簡単に値を求めることができるが、使用せずにあくまでも数学的な原理に則って授業を進めている。覚える関数を少なくすることで生徒の負担を減らすために、使う関数は以下に限定している（表 5）。実際には、分散、標準偏差、相関係数、回帰直線の係数、定数など直接求める関数を調べて検算に用いているよ

うである。

和を求める	sum
四捨五入する	round
整数化する	int
データの個数を数える	count
最大値を求める	max
最小値を求める	min
条件によって値を判断する	if
平方根を求める	sqrt

表5 授業で使用する Excel の関数

Excel のグラフ作成機能は、大いに活用している。ヒストグラム、度数分布折れ線、累積度数や累積相対度数をグラフ化するだけでなく、2次元の散布図あたりは手書きではできないデータ数でも2次元のグラフ化があつという間に完成する。手書きではほとんどできないデータの区切りを変えることで、グラフを可変することができるのも特徴である。

5. データ分析期における指導内容

ここ近年の統計ブームにのり、巷には原理よりもどうやったら統計分析ができるかという実用性を重視した書店の統計やビジネス書のコーナーに行けば平置きも含め書籍が山積している。

筆者は統計指導の難しさは、方法論よりその原理や定理の証明にあるばかりではなく、数学科の教員で確率や統計という応用数学を専門にしている教員が少ないことの2つがあると考えている。

後者は、筆者がある統計の研究会で発表したところ、他校の事例として統計の一番詳しい教員が体育科のスポーツ心理学を研究した教員

だったという報告を受けたこともあった。

特に前者では、統計学の基本である中心極限定理や大数の法則などなくてはならない定理や法則の証明は、学校の授業という視点にたつと証明を外すことはできない。実用書で直感的に理解しても、「どうして」という疑問の解消にはならないのである。直感的に理解するということが非常に重要であるので、この点については後述する。

高校1年生で学ぶ相関係数についても、以下のような記述があるだけである。

- ・相関係数は-1から1の間の実数になることがわかっている。

証明は、教員向けの指導書にはあるものの高校1年生が理解できるような内容では決してない。だからといって、高校3年生の選択科目でも同様というわけにはいかないのである。それでも、正規分布で使用する定数 e （ネイピアの数）や正規分布を表す確率密度関数

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

さらに確率を表す

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 1$$

など数学Ⅲまでの範囲を超えてしまう内容が多々ある。数学Ⅱや数学Bまでの既習者に向けてでも、指導をしなければならない。

二項分布（ベルヌーイ分布） $B(np)$ であっても、平均 np が、分散 $np(1-p)$ がというわかりやすい結果であっても、教科書に証明の

記述がないのが現状である。既習の順列や組み合わせのいくつかの公式と二項定理（反復試行の原理）を組み合わせたら、授業でも対応できるのであるが、授業をするたびにすべて自分で証明を考え、まとめて授業案を作ることはものすごい労力を要する。

そこで、直感的なものではなく、高校生でも少し背伸びをすればわかるような統計の書籍が

ないかと探したところ、出会ったのが

「単位が取れる統計ノート 西岡 康夫（著）」である。

大学生向けでもあり、生徒が独力で理解しながら読み解くには少々ハードルが高いが、授業で解説しながら取り組むには適書であると考えている。そして、指導内容も以下のように変わった（表5）。

1章 記述統計
<ul style="list-style-type: none"> ・ 標本データとサンプリング ・ 平均値・中央値・最頻値 ・ 分散と標準偏差 ・ 相関係数 ・ 回帰直線 ・ 最小2乗法
2章 確率と確率分布
<ul style="list-style-type: none"> ・ 離散型確率変数 ・ 確率分布 ・ 2項分布と反復試行の確率 ・ 一様分布 ・ 連続分布と正規分布 ・ ベイズの定理 ・ 事前確率、事後確率 ・ 二項分布と正規分布 ・ ポアソン分布・F分布
3章 統計的推測
<ul style="list-style-type: none"> ・ 危険率と信頼区間 ・ 検定と推定 ・ 母平均の区間推定 ・ 母分散の区間推定 ・ 母比率の区間推定 ・ 仮説と検定 ・ 母平均の検定 ・ 母平均の片側検定 ・ 母分散の検定 ・ 母比率の検定

表5 最近の指導内容

ところが、新たな問題が生じたのである。高校の数学の授業では、理論を学びながら演習を行うということが常套手段となっており、指導内容に基づく演習書が存在しないことである。

この点は、今に始まったことではない。受験対策の問題集でもなく、実用書には演習問題はほとんどないのが実情である。高専の教科書の「新確率統計」には演習書が発行されていて、今も参考にはしているものの反復による問題演習という視点に立つと問題数は少ない。

そこで、統計検定のテキストと統計検定用の対策問題集を参考にすることにした。過度な難問でもなく検定試験であり、しかも級ごとに内容がしっかり分かれているために、生徒は演習に取り組みやすいと考えている。

また、テキストに使っている「単位が取れる統計ノート」の著者が、本稿で学校アンケートを依頼している代々木ゼミナールの講師であることもあり、著者の西岡先生に演習書の作成をお願いした。

ちょうど代々木ゼミナールでも教員や社会人向けに統計検定の対策講座を実施していることもあり、代ゼミライセンススクールの統計検定用の演習書を再編纂した問題集を用意していた

だくことになった。書込み式で、3分冊である。解説がとにかく丁寧であるため、課題として最適である。

6. 統計解析期・データ分析期の授業方針

初期の数年を除き、教材や演習書を模索しながら、試行錯誤してきた10年ではあるが、一貫して変わらない授業の方針がある。

- ① 定理や法則はできる限り数学的な証明を提示する。
- ② 直感的な理解も大切にする。
- ③ PCを使ってデータ分析を行う。
- ④ 与えられたデータではなくデータを作成して、分析する。
- ⑤ データ分析の実例を知る

- ① に関しては、前述の通りである。
- ② に関しては、ビジュアル系の書籍が発刊されているので、引用している。

ニュートン別冊 (ムック)	統計と確率 同改訂版
	統計と確率ケーススタディ 30
Newton ライト	確率のきほん・統計のきほん

- ③ に関しては、データを集めることも重視している。与えられたデータでは受け身の授業になりがちで、どのような分布になるのかわからないことも大切な点である。数百件のデータを分析するにはたとえ平均を求めるだけでも必須である。これまでの実践例を4つ

挙げる。

A

テープきり (基本統計量・中心極限定理・大数の法則) ²
紙テープを10cmの長さに目分量で切る。大体一人100本。 一人ひとりの癖がでて、一人では、長さに偏りが出たり、長さがまちまちだったりするが、20人も集まるとほぼ正規分布になり、平均値もほぼ10cmと驚く結果に。

B

ミャンマー語 (ビルマ語) のテスト ³
ミャンマー語で書かれた50の単語の意味を2択で答えるテストを実施する。ほとんどの学生が知らない言語なので、ランダムに回答するしかない。二項分布 $B(50, 0.5)$ であるが、平均の25問正解を基準に正規分布に近づいていく。

C

M&M's チョコレートの色分布 (標本調査・仮説検定)
M&M's チョコレートは6色の小粒のチョコレートである。サイコロとは対照的で、各色が均等になっているかが分からないのがポイント。数えながらおやつにもなり、おいしい実験。 結果は均等でないことが分かり、製造元に分析結果を送付したところ、均等に工場では作っていないというお詫びのお手紙が届いた。

D

ポケットモンスターデータ (相関)
すでに世界中の多くのユーザーがかなりの分析をしているが、現存するポケモンが1100体あまりあり、各自が興味のある項目で散布図や相関係数、回帰直線などを求め、自分のチーム作りに励んだ。

Aのテープ切りは費用も安く、正規分布に

² 黒田 俊郎「たのしくわかる数学100時間 [新装版] 下」日本評論社 2010/8/20 P.195～197

³ 黒田 俊郎「たのしくわかる数学100時間 [新装版] 下」日本評論社 2010/8/20 P.198～201

なるか保証がない中で、ヒストグラムを書く
それに近い形になる。また、外れ値などの判断
などもわかるので、貴重なデータ作りになる。

Bのミャンマー語のテストは、文字の形の面
白さもあり、平均±標準偏差の意味も提示でき
る。

AとBは、数学科教育法演習Ⅰでも必ず実
施している。

⑤に関しては、統計のシーンが出てくる映画を
よく見る。

以下の2作品を見ることにしている。

映画 ・Moneyball（ブラッドピット主演）
・ベースボール革命：勝利の統計学
（ディスカバリーチャンネル）

ともに舞台が野球ではあるが、何度見てもお
もしろい。

7. 生徒や大学生の感想

2007年度以降の生徒の主な感想は、次のよ
うである。

- ・これまでの数学の授業の中で一番実用的
だった
- ・統計の必要性がわかった。
- ・数学Aの確率とは全く異なる発想で確率
や統計を学んだ。
- ・卒論を書く前にこの授業を受けたかった。
- ・数学が世の中を支えていることを垣間見た
気がした。
- ・データ分析入門とは、嘘だ。決して入門で
はない。こんなにハードな授業だとは思わ
なかった。

- ・エクセルを使えることが前提なら、シラバ
スに書くべきである。
- ・データを分析して自分として出した結論が
正しいのかそうでないのかわからないの
が不安である。
- ・映画を見て、実験をして、おやつを食べて、
とにかくアクティブな授業だった。

筆者は、教職課程において数学科教育法Ⅰ、
同演習Ⅰの担当でもあり、毎年大学3年生にも
テープ切りの演習を行なっている。

- ・統計を本格的に学んだのが大学に入ってから
だった。その時は、理論が中心で平均、
標準偏差、回帰係数などわかった気になっ
ていた。いざ教えるとなると不安な分野で
もあり、しかも統計関係が今後かなり重要
視されるように学習指導要領も変更される
ので、このような実践を体験したことは、
重要になると思う。
- ・中高時代、ほとんど学ぶことはなかった。
数学を受験科目に選んだが、統計の部分は
すべて別の内容や演習で、キーワードだけ
を教わった気がする。
- ・あくまでも基本統計量だけを求めることに
終始した感がある。統計の面白さを垣間見
た体験授業であった。

統計を恐れるあまり、指導に萎縮している大
学3年生の姿もあり、数学科教育法にも積極的
に取り入れなければならない分野と判断してい
る。

8. 今後の課題や構想

2022年度高等学校において新学習指導要領が改訂されるにあたり、アクティブラーニングやICTの活用だけでなく、新教科として「理数教科」が設置される。科目としては「理数探究」と「応用理数探究」の2科目である。その中でも、アクティブな活動をしているデータ分析入門は応用理数探究(数学)に適用できないかを視野に入れている。

統計という言葉の意味も英語のstatisticsの訳である。起源はstatusであり、国勢を検証する学問を意味する。国家の状態を「統べて計る」ことから統計となったと言われている⁴。

「統計学の各分野における教育課程編成上の参照基準(2014年8月)⁵」という統計学に関する6学会が統計学の多くの学術分野における到達目標や評価方法が記載されているが、あくまでも大学以上の高等教育機関向けである。中高においては学習指導要領があるが、複数教科融合型の授業においては、なんら指針は存在しない。検定教科書が出来上がらないと難しいこともあるが、理数探究という科目の特性から、データを取得することから始めて、分析し、その結果をプレゼンテーションや論文の形で発表することになるだろう。統計の知識をきちんと持つことは社会のニーズであり、正しい知識で世の中を見ることができる力は、これから必須になっていると考えている。

さらに、本校の立場で言うと、高校3年生に統計を全員履修するための方向性を模索してみたい。数学のカリキュラムが大きく変更となる中、数学I、BとCの内容を見据えて、中学

の統計分野の見直し、中高一貫校ならではのカリキュラムを検討したい。数学科以外の他教科との連携もしやすい分野でもあり、多くの方向性を検討していくことが望まれるのではないかな。

9. 参考文献等

以下に、筆者が本講座で実際に使用したり、参考にしたりした書籍やWebサイトを紹介して、本論文を終わりにしたい。今後統計関係の授業をされる方にとって役立てれば幸いである。

黒田 俊郎「たのしくわかる数学100時間[新装版]上・下」日本評論社 2010/8/20
数学教育協議会編纂の授業例のあつまり。統計以外にもアイディアが詰まっている。

黒田 孝郎・小島 順・野崎 昭弘・森 毅「高等学校の確率・統計」筑摩書房 ちくま学芸文庫 2011/8/9

1990年代、高等学校の数学科が基礎解析、微分積分、代数幾何等に分かれていた当時の確率統計の三省堂発行の検定教科書と指導書が文庫になった。 e (ネイピア数)等の説明をせずに授業ができる。

村上 哲哉「統計」モノグラフ(22) 科学新興新社 1998/7/1

村上 哲哉「確率」モノグラフ(21) 科学新興新社 1998/7/1

⁴ 岩崎 学・姫野 哲人「スタンダード文系の統計学」培風館 2018/4/20 P.2

⁵ <http://www.jfssa.jp/statedu/shitsu.html>

ご存知モノグラフ。この中でもあまり日の目を見ない統計と確率も良本。

小島 寛之「完全独習 統計学入門」ダイヤモンド社 2006/9/28

向後 千春・富永 敦子「統計学がわかる」技術評論社 2007/9/7

この2冊は、独習ができるように書かれた統計の入門書。原理にも触れているが、データをどう見るかに重点が置かれている。

高遠 節夫「確率・統計」(高専テキスト)大日本図書 2005/11/1

高遠 節夫「新確率・統計」(高専テキスト)大日本図書 2013/12/1

高遠 節夫「新確率・統計問題集」(高専テキスト)大日本図書 2014/2/4

定理、法則の証明がきちんと書かれているのが特徴。高等専門学校用の教科書の1つ。通常の数学I、B、(C)の内容と推定、検定、ポアソン分布、F分布などまで触れている。

西岡 康夫「単位が取れる統計ノート」講談社 2004/11/23

統計全般を独習できるように書かれているが、定理をきちんと証明している数少ない書籍。大数の法則もチェビシェフの不等式で分かりやすく証明されている。

結城 浩「数学ガールの秘密ノート / やさしい統計」SBクリエイティブ 2016/10/29

秘密ノートの1冊。中学生もOK。

岩崎 学・姫野 哲人「スタンダード文系の統計

学」培風館 2018/4/20

岩崎 学・姫野 哲人「スタンダード統計学基礎」培風館 2017/5/31

統計の語源から始まり、基本的な統計の知識がまとめられている。統計学の基礎はその続編。

日本統計学会「統計検定3級・4級公式問題集 2016～2018年」実務教育出版 2019/3/20

日本統計学会「統計検定2級公式問題集 2016～2018年」実務教育出版 2019/3/20

日本統計学会「統計検定1級・準1級公式問題集 2016～2017年」実務教育出版 2018/3/14

代々木ゼミナール編集 統計問題集 代々木ゼミナール 2018/4/1

実際の授業で使っている演習書にあたる。最後の統計問題集は、西岡先生独自の編纂問題集。

松山 善男・佐藤 宣明「数学科教育法」第3版 学術図書出版社 2017/3/30

学習指導要領における統計分野の編纂がわかる。

ニュートン別冊 統計と確率 同改訂版

ニュートンムック 統計と確率ケーススタディ30

Newton ライト 確率のきほん・統計のきほん

・ニュートンの別冊やムックはカラフルに分かりやすくまとめている。モンティホール問題をはじめ分かりにくい事象を丁寧に解説している。

Web サイト

高等学校の美しい数学 <https://mathtrain.jp>

2019/11/5 最終閲覧

統計学分野の教育課程編成上の参照基準

<http://www.jfssa.jp/statedu/shitsu.html>

2019/11/5 最終閲覧

文部科学省新学習指導要領 [http://www.](http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1383986.htm)

[mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1383986.](http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1383986.htm)

htm 2019/11/5 最終閲覧