「数学的な考え方」という用語は何を意味するのか

―小学校算数における「数学的な考え方」の意味と意義―

What does term "mathematical thinking" mean? : The meaning and significance of "mathematical thinking" in elementary school arithmetic

黒澤 俊二*
KUROSAWA, Shunji

【要旨】「数学的な考え方」を育成することは、小学校算数の重点目標とされている。しかし、「数学的な考え方」とは何か、と問うと一定の答えは返ってこない。すなわち、算数の重点目標が曖昧なのである。目標の曖昧さは問題である。なぜならば、目標が曖昧であるのならばその教育実践も曖昧になるからである。

本稿は、「数学的な考え方」の曖昧さを歴史的な先行研究から明確にし、とくに代表的な意味付けである片桐重男の「数学的な考え方」の規定に、整理を加え、重点化を施し、授業記録にある具体的な子どもの姿に照らしていく方法で、「数学的な考え方」の意味を新たに規定することを目的にしている。

その結論として、「数学的な考え方」とは、理由を求める「論理的な考え方」と共通点を求める「統合的・発展的な考え方」という二つの「考え方」である、と「数学的な考え方」の意味を重点化し規定する。なぜならば「論理的な考え方」と「統合的・発展的な考え方」には、算数、数学の学びを進めるという本質があり、その本質に算数数学教育としての教育的価値があるからである。すなわち、「論理的な考え方」には、子どもの発する命題について、その理由となる根拠に当たるもう一つの命題を明確にするという本質があり、その本質により子どもらしい命題の「存在と可能性」が相互啓発的に理解され合うという価値がある。そして、「統合的・発展的な考え方」には、いくつかの事象の共通点を見出し、さらにその共通点を拡張していこうという本質があり、その本質により数学的な「概念」や「方法」が創造的に知識として獲得され、創造性が養われるという価値がある。

キーワード　数学的な考え方、論理的な考え方、統合的・発展的な考え方

* 立教大学文学部教育学科

１.「数学的な考え方」の経緯と現状

「数学的な考え方」を育てることは、1935 年（昭和 10 年）尋常小学校における算術において、「数理思想」の開発を意図して編纂された緑表紙（伝説の算数教科書緑表紙）（松宮 2007）で出現して以来、我が国の算数数学教育の根底に脈々と流れている目標である。植田敦三は、「数学的な考え方」の育成が算数数学教育の重点目標とされ、我が国の算数数学教育の理念として位置づけられてきた歴史には「三つの出来事がある。」（植田 2006）という。

一番目は、1930 年代の塩野直道による「数理思想の提唱」である。「算術教育の目的というものが数理を愛好し，これを追求するの感情を盛んならしめ、そうして自然現象、社会現象、精神現象，その他各現象の中の数理を見出し、これを解決し，進んでは数理的に正しく生活せんとする精神的態度を養うことが第一カ条であると思います。これを数理思想と名付けている。（塩野直道「新算術書編纂の精神」昭和 9 年 11 月）」（松宮 2007）と塩野直道は主張した。そして、「算術」教育の改善を進め、実用主義に傾倒した当時の「算術」教育観を乗り越えようとした。「数理思想」とは、「数理を愛し、数理を追及把握して喜びを感じる心を基調とし、事象の中に数理を見出し、事象を数理的に考察し、数理的な行動をしようとする精神態度」（「算数教育指導用語辞典」2006）であり、その「数理思想」に基づく授業は、「数学を作り上げていく活動」を教育内容としている。尋常小学校算術教師用（文部省昭和 11 年 9 月発行）では、「尋常小學算術は、兒童の數理思想を開發し，日常生活を數理的に正しくするやうに指導することを主意において編纂してある。」（文部省 1936)」と記されている。そして、昭和１６年（1941）公布の国民学校令において、「算術」は「算数」と改められることになった。

太平洋戦争直後の算数教育の復興をリードした当時文部事務次官であった和田義信は、国民学校令下における当時の算数科の誕生に際して「理知的方面の修練を任務とする理数科が設けられて、算数は、この理数科の狙いを達成するための一つのものとされたのである。」（和田 1952）と新しい算数科という教科を位置づけ、「合理創造の精神」の一つとして「数理思想」を説明している。「合理精神とは」昭和１６年（1941）国民学校令下の「算数教師用書総説」に、「物事の正しい見方･考え方･扱い方が身につくように修練せられるときは、ものごとの『すじみち』『ことわり』を見出し、これを弁え、これに循う心が養われ、さらに新たなるものごとを創造せんとする心が啓発せられる。これが所謂『合理創造の精神』である。」と記されている。すなわち、「数理思想」とは数理による創造活動を意図していた。「数理思想」を提唱した塩野直道らによって昭和１６年（1941）「算術」が「算数」となったことは、「数理思想」を由来とする「数学的な考え方」を育てることが「算数」という新たな教科名に教育理念として埋め込まれていることを意味する。

二番目は、1950 年代の「数学的な考え方」という用語の登場である。長崎（2007）が「数理思想」が「数学的な考え方へとつながっていった」と指摘するように、「数学的な考え方」という用語は、「数理思想」の理念を受け継ぎさらに簡潔に表現した用語として、昭和 31 年の高等学校学習指導要領（1956）から出現した。数学的な知識を学ぶ過程に「概念や法則を拡張したり，一般化したりすること」などの創造的な活動に「数学的な考え方」があり、指導過程のなかに具体的な「考え方」を「中心概念」として織り込んでいくべきとした。その後、昭和 33 年（1958）の小学校学習指導要領でも「数学的な考え方」が目標の中に位置づけられた。しかしながら、

この昭和 33 年の学習指導要領や、その後の「小学校算数指導書」には、長崎（2007）が指摘するように「数学的な考え方」についての概念的な規定は具体的に示されなかった。

「数学的な考え方」という用語を用い、当時新設された教科調査官という職名にあった中島健三は、「創造活動にも積極的に関心を持ち、寄与していくことができるような人間の育成が、これからはきわめて重要だと考えた」として、「目標の原案を何度も書き直しているが、まず、『基礎的な概念や原理の理解』を中核に、より進んだ『数学的な考え方や処理のしかた』を生み出すことができるという表現にたどりついて、漸くほっとした気持ちになったものである。」と振り返っている。さらに、「高校の目標Ｉでは『…これらを応用する能力を養う』と結んでいるので、小学校の方が進みすぎたともいえよう」（中島 1997）と、小学校の算数での「数学的な考え方」の育成への意気込みを見せている。

そして三番目が、1970 年代の昭和 43 年小学校学習指導要領（1968）の改訂を受けて「数学的な考え方」を具体化させる「授業研究」の隆盛である。「数学的な考え方」の規定が具体的に示されないことを受けて、「数学的な考え方」の意味や規定を明確にしようという実践者たちの動きである。その契機となったのは、「数理的にとらえ，筋道を立てて考え，統合的，発展的に考察し，処理する能力と態度を育てる。」という指導要領の総括目標である。この目標にある、「数理的にとらえる」子ども、「筋道を立てて考える」子ども、「統合的発展的に考察する」子どもというめざす子ども像に向けた授業研究が、「算数・数学教育の現代化」に応える授業づくりとなり全国的な規模で盛んになった。いわば、「数学的な考え方」を説く数学教育研究者とそれに応えた実践者たちの「数学的な考え方の外延的分析」の時代である。「数学的な考え方」の育成をリードした中島健三は、この昭和 43 年学習指導要領について「『数学的な考え方の重視』ということで、現代化のねらいも含めていこうというのが基本的な考え方である。」（中島 1969）とし、全国各地で「数学的な考え方」育成の研究会を勧め算数授業研究を支援してきた。

これら三つ出来事があった時代、「数理思想の提唱」の時代、「『数学的な考え方』の目標として登場」の時代、そして「『数学的な考え方』の外延的分析」の時代という歴史の流れは、「数学的な考え方」を育てることの意味や意義を明確にしていこうという歴史的追究過程である。この追究過程は、馬場（2006）の言葉を借りれば「日本の数学教育界が継続的・発展的に追究してきた世代を超えた教育的情熱」である。とくに、1970 年代後半からの「『数学的な考え方』の外延的分析」の時代では、「数学的な考え方」の精緻化や具体化をすすめ、「数学的な考え方」の意味を統合的にとらえようとしてきた。

しかしながら、2000 年代に入り既に２０年になろうというのに、未だに「数学的な考え方」の意味は明確に定義的に規定されていないのが現状である。筆者は、2009 年（平成 21 年）から始まった「教員として必要な資質能力が保持されるよう、定期的に最新の知識技能を身に付けることを目的に始めた」教員免許更新制での講習会で、毎年必ず「算数科における問題解決学習と数学的な考え方」に関するアンケートを実施し「数学的な考え方」の意味を調査してきた。その結果、ほとんどの小学校教師は「数学的な考え方」の意味を明確に応えることができなかった。静岡県三島市での平成２９年度講習会（2017 年 8 月 8 日）のときには「数学的な考え方」の意味を求める設問の回答欄に無記入が９８名中６３名と半数以上あった。実践者には「数学的な考え方」の意味理解とその実践方法が「必要な資質能力」として「保持」されていないのが現状である。

1958年（昭和33年）に「数学的な考え方」という用語を小学校指導要領で登場させた中島健三は、「中心概念」として学習指導要領に目標として「数学的な考え方」を登場させたその後を振り返り、「数学的な考え方といっても、人によってまちまちだ。」「とかく、このようないいかたをされる。」（中島1985）と記している。「数学的な考え方」の意味はその実践たちには理解されていない現状を象徴する記述である。その現状が未だに６０年間続いている。

２.「まちまちである」「数学的な考え方」の説明の事実

（１） 教科書会社からの空虚な説明

そこで、「人によってまちまち」である「数学的な考え方」の意味説明の改善と、実践者に向けた授業実戦可能な「数学的な考え方」の定義的規定を模索するために、まず、６０年間「まちまち」であるという既存の幾つかの「数学的な考え方」の意味説明の事実を具体的に見ていく。

はじめに、小学校教師にとって一番身近な教科書会社からの説明を見ていく。なぜならば、小学校の教師にとって手っ取り早く目に触れて活用されるのが教科書と教科書の関連図書であるからだ。とくに教科書会社各社からの「教師用指導書」が何よりも小学校教師にとって身近で有効な参考書である。例えば、「教師用指導書」には次のように記述されている。

> 数学的な考え方というのは、この単元、或いは算数という教科だけで用いられるものではなく、これから社会に出ても広く用いられるような算数・数学に関係する考え、と広義にとらえてもいいだろうと思われる。　（学校図書「教師用指導書」2015）

抽象的で表面的で中身のない曖昧な規定である。「広義にとらえてもいいだろう」とか「と思われる」という文言が中身のない曖昧さを醸し出している。また「算数数学に関係する」といった表現も表面的であり曖昧すぎる。曖昧であるから実践には役に立たない空虚な説明である。

もうひとつ教科書会社の「教師用指導書」を見てみよう。

> 数学的な考え方は、数学を創り上げたり、発展させたり、応用・活用したりするときの態度や方法、内容にかかわる数学ならではの考え方です。　（大日本図書「教師用指導書」2015）

ここでも抽象的で表面的で、「数学的な考え方」そのものの説明がない。「数学ならではの考え方」と説明しているが、ならば、「数学ならでは」とはどういうことなか。その説明がない。これらの説明は、「数学的な考え方」が用いられる場面、「～するとき」とか「～に用いられる」といった場について説明している。しかし「数学的な考え方」そのものの説明はここにはない。

数学的にいうならば、概念は内包と外延で説明される。であるから、「数学的な考え方」の外延にあたる具体的な子どもの姿と、それら子どもの姿から共通的に抽出される性質が内包として説明されると理解できる。「数学的な考え方」の外延的説明も乏しく、内包的説明もない。

またもう一つ教科書会社の例を挙げる。教科書の付録として冊子がいくつかある。定期的に届けられる雑誌のような冊子から、指導要領改訂時に配布される特集の冊子など多種多様である。そのなかのひとつに「算数指導用語の解説」という冊子がある。その冊子に「数学的な考え方」

について以下の様に記述されている。

数学的な考え方とは、算数・数学を学習したり、算数・数学の問題を解決したりするときになどに働く考え方のことであり、算数・数学の活動を通して育成され、また同時に、その活動の中で必要となるものである。　（東京書籍算数指導用語の解説 2006　p 7 1）

この冊子では「～ときになどに働く」という表現で「数学的な考え方」の場面を説明し、その後に「次に抽象化、理想化、一般化について説明する。」とし、いくつかの「数学的な考え方」そのものの説明がある。「数学的な考え方とは、抽象化、理想化、一般化である。」とし、「抽象化」、「理想化」、「一般化」について具体例をあげてそれぞれ解説している。例えば、その一つ「抽象化」について、「抽象化とは、様々な属性を捨象し、本質を抽出する考え方である。」と説明している。そして「例えば、教科書やノートについて、色や大きさを捨象して、どれも４つの辺があり４つの直角があるという性質をとらえることである。」と具体的な例を挙げている。

「数学的な考え方」としての具体的な例を挙げているが、「数学的な考え方」は創造的な「数学的な知識を学ぶ過程にある」「考え方」であるから、結局「数学的な考え方」そのものの子どもの姿が説明されていない。「数学的な考え方」とは、「捨象する」などの結果ではなく、その「捨象する」などの過程にある「考え方」であるからだ。その「捨象する」などという過程にある子どもの姿が具体的に説明されていない。すなわち、具体的な「捨象する」その子どもの姿の概観、「色や大きさ」をどのように捨て去るのかその子どもの表現や操作、そしてその流れや特徴など、より明確な子どもの姿が無い。結果的には空虚な説明となってしまう。

最後にさらにもうひとつ、「数学的な考え方」の意味は空虚であることを決定的に示す教科書会社からの「教師用指導書」例を挙げる。

しかし、今もって、数学的な見方・考え方について決定的に体系化されたものや確立されたものは出てきていない。ましてや、このようにすれば数学的な見方・考え方が育つというシステムも出てきていない。それだけ、考え方に対して体系づけたり、特定したりすることは難しいことであるといわざるを得ないのである。　（啓林館「教師用指導書」2016）

「今もって」と、はっきりと「数学的な考え方」の無定義状態を記している。

（２）「数学的な考え方」の多様的で繁雑な説明

それでは、教科書会社からの説明が表面的で空虚な説明になってしまう理由や原因は何であろうか。それは算数数学教育研究者たちからの「数学的な考え方」の意味説明の現状である。

そこで次に、算数・数学教育を専門とする大学の研究者の「数学的な考え方」の意味説明を見ていく。大学の研究者からの意味説明に関する著作は、大きく分けて三つのタイプがある。一つ目は、算数教育の歴史に「『数学的な考え方』という用語があります。」という前述のような「表面的で空虚な」「数学的な考え方」そのものの説明のない「紹介タイプ」だ。二つ目は、歴史的な紹介だけではなく「数学的な考え方」そのものについて説明している「事典タイプ」だ。その「事典タイプ」の著者自身は、客観的な立場をとり自分の「数学的な考え方」意味につい

ては言及しない。三つ目は、「数学的な考え方」そのものについて自分の主張をする「規定タイプ」である。

はじめに、「紹介タイプ」の例をいくつかみていこう。

やはり「数学的な考え方」そのものの説明がほとんどない。例えば以下のような例である。

> 系統学主義の学習指導要領において、数学的な考え方という用語が示され、算数として創造的な活動を自主的に進めていくことが、以後の算数の重点目標として位置づけられるようになる。
> （2017 算数科教育学研究会）

> 生活単元学習以降は、いわゆる系統化学習（1958 ～）、1968 年からの現代化へと、" 数学的な考え方 " が強調される。
> （2010 黒田）

このタイプの参考図書は、昭和３３年（1958 年）に初めて小学校算数科に示されたとか、昭和４２年（1967 年）からの算数教育現代化の時代に強調されたとか、或いは、算数科の評価の観点として「数学的な考え方」が設定されたといった、歴史的な「数学的な考え方」の紹介がほとんどである。「数学的な考え方」とは何かについてはほとんど記述されていない。

次に、「事典タイプ」の参考図書を見てみよう。

その一例として、「算数数学科重要用語３００の基礎知識」（2000）がある。この参考図書では「数学的な考え方」を以下のように説明している。

> 数学的な考え方は、算数・数学を学習したり、応用したり、算数　数学の問題を解決したりするときなどに働く考え方のことであり、算数・数学の活動において特に有用であり、またそれを通して育成されるものをいう。
> （伊藤 2000）

はじめに「～に働く」「有用」という表現で「数学的な考え方」の場面を説明している。また、「～活動において」と「数学的な考え方」が育ててられる場についてもふれている。そしてこの文献では引き続き「数学的な考え方」そのものについてもきちんと以下のように記述している。

> 「数学的な考え方」には算数数学の内容にかかわるものと、その活動をすすめるときの方法にかかわるものとがある。
> （伊藤 2000）

「数学的な考え方」そのものを二種類に分類している。さらにその後、丁寧にその二種類の具体的な事例も挙げている。しかし、それぞれの種類のなかの具体的な事例がわかりにくい。

具体的には、「３つの角の大きさについて、それらの和に着目すると素晴らしい法則がある、という数学的なアイディアが、内容にかかわる数学的な考え方である。」という。この「数学的なアイディア」とは何か、「アイディア」の説明はない。さらに、「一般に、内容にかかわる数学的な考え方は、集合の考え、数の表記法、計算方法、図形の性質、測定の考え、関数の考え、統計の考えなど、それぞれの内容をもつ数学的なアイディアを指す。」とある。また、「方法に関わる数学的な考え方は、帰納・発想・演繹といった推論の仕方や、データや数量関係につい

て表やグラフや記号などを用いる表現の選択や、用具類・電卓・コンピュータなどを用いる選択を指す。」という。

上記のように内容と方法に関する「考え方」に関する幾つもの事例があり、これでは「数学的な考え方」の意味が混みいってくる。「数学的な考え方」の意味が多様で繁雑である。「数学的な考え方」の意味が繁雑であるから「『数学的な考え方』を育てる」ことが煩雑になる。

次に、日本数学教育学会から出版されている「算数教育指導用語事典」（日本数学教育学会 2006）を見てみる。次のように記述されている。

数学的な考え方とは、数学を展開する際に用いられる数学に特有の考え方を指し示す言葉である。
（日本数学教育学会 2006）

上記のような定義的な意味説明をした後、４ページにわたり「数学的な考え方」の具体例を挙げ、「数学的な考え方」の必要性や算数科の目標との関係について記述している。例えば、「モデルの考え」とか「アルゴリズム化」などを具体例としてあげている。さらに、「やや高度な数学的考え方」として、「集合の考え」や「再帰」といったことを挙げている。「問題解決の手法」として「再帰」を挙げ問題解決学習のなかで育てる「数学的な考え方」についてくわしくふれている。その他にも「一般化」「特殊化」「抽象化」「単純化」「記号化」「単位の考え」「位取り記数法」などなど多種多様の事例を挙げている。やはりここでも多様で繁雑な説明なのである。

その他にも「事典タイプ」に当たる「数学的な考え方」の説明文献は幾つもある。古くは「算数科授業計画」（川口 1970）、「考える算数・数学の学習指導」（松岡 1970）、「小学校算数指導のコツ」（杉山 1980）などなど、そして新版を重ねている「算数教育の理論と実際」（数学教育学研究会 1975）「新訂算数教育の理論と実際」（数学教育学研究会 2010）や、「算数科授業の理論と実践」（中原 2011）など，挙げたらきりがないほど多い。それらすべてはやはり「数学的な考え方」の見解と意味説明は多種多様で有り繁雑なのである。確かに中島健三が指摘するように「数学的な考え方」は「まちまち」なのである。

この「数学的な考え方」の意味説明が「まちまち」であることを、中島健三はそれほど問題視していない。中島（1968 a）は「数学的な考え方ということばの穿さくよりは、算数の指導で、単に形式的な知識・技能を与えることにあきたらず、何を期待しているかを明らかにすることの方が適切である」と記している。「数学的な考え方」を規定することなく、「数学的な考え方」という視座を与え、それを実践者が具体化すればいいのだ、という主張である。この点で、中島健三は、「『数学的な考え方』の外延的分析」を精力的にすすめた片桐重男との違いがある。

しかしそれでいいのだろうか。少なくとも小学校では「数学的な考え方」の視座という方向性だけではなく、意味を明確に規定すべきである。なぜならば、視座では広すぎてそれに相当する子どもの姿を具体的に特定できないからである。重点化された「数学的な考え方」の規定があれば、その規定に当たる子どもの姿を見出し、取り上げ、評価し育てることが可能になるからである。であるから、できるだけ明確な，重点化された「数学的な考え方」の規定が必要なのである。

もちろん、算数教育研究者たちの文献のなかにとくに丁寧に「数学的な考え方」について解説している著書もいくつかある。例えば、「入門算数学」（黒木 2003）では、昭和６３年（1988

年）から筆者が提案している「数学的な考え方」の意味までも引用しながら、幾つかの「数学的な考え方」意味を紹介している。引用しているということは、筆者の「数学的な考え方」の規定に賛同していると解釈できるが、結局はいくつもの見解があり、繁雑であることを示している。

多種多様の算数教育研究者からの参考図書のなかでも、新しい時代に向けて「数学的な考え方」をとらえているのが「算数の力　数学的な考え方を乗り越えて」(長崎 2007）という参考図書である。この文献では、「数学的な考え方」についての歴史的な考察が丁寧になされ、今までの主な数学教育研究者や数学者の「数学的な考え方」の意味説明を踏まえている。その上で結果的には、「数学的な考え方」について以下のように規定している。

> 数学的な考え方は、その発想の原点から、算数・数学を構成していく考え方、算数・数学を創り出していく考え方、算数・数学を生み出していく考え方などといわれるものである。　(長崎 2007)

この文献は、タイトル通り「数学的な考え方を乗り越えて」新しい算数科の育てる「力」を挙げて、丁寧に今までの「数学的な考え方」についての歴史を振り返り今後の新しい算数科の授業の在り方を宣言している。しかし残念ながら、やはりここでの「数学的な考え方」の意味も多様であり繁雑であることを教えてくれるだけなのである。

最後に、いよいよ「数学的な考え方」の意味についてきちんと自分の主張をする「規定タイプ」の参考図書を見ていく。ここでは、代表的な、片桐重男の規定と中島健三の規定を見ていく。

まず、片桐重男の規定を見ていく。「事典タイプ」の文献では必ず挙げられていたのが片桐重男の「数学的な考え方」の規定である。片桐（2004）は以下のような「三つのカテゴリー」を設け、「数学的な考え方」の具体的な多くの内容を分類している。「数学的な考え方」の外延として多くの具体的な姿をあげ、三つのカテゴリーに整理し繁雑さを解消しようとしている。

> 「数学的な考え方」という概念を明らかにするには、内包である「意味」を明確に示すのが一つの方法である。しかし「数学的な考え方とはこういうものである」と言葉で示しても , 指導にほとんど役立たない。なぜならこの意味を表す文を憶えても数学的な考え方ができるわけではないからである。
> （中略）
> 数学的な考え方を具体的に（外延的に）把握しておくことが重要なことである。そこで、この数学的な考え方なるものを列挙しよう。まず、数学的な考え方として、次の三つのカテゴリーを挙げることができる。
> Ⅱ　数学の方法に関係した数学的な考え方
> Ⅲ　数学の内容に関係した数学的な考え方
> さらに、これらの原動力となるものとして
> Ⅰ　数学的な態度　「数学的な考え方の具体化と指導」（片桐 2004）

上記の三つの「数学的な考え方」のカテゴリーにそれぞれの具体的な「数学的な考え方」の内容（Ⅰに関して４項目。Ⅱに関して１１項目、Ⅲに関して９項目を挙げている）を示している。東京都立教育研所における「数学的な考え方」の研究に関わった片桐重男のこの規定は、東京都教育委員会の公式見解として位置付けられている。それ故に、昭和４２年度からの「算数教育現代化」の時代、小学校で実施される校内研究会では、必ずといってよいほど「数学的な考

え方」の規定としてこれが引用されていた。そして、さらに全国的に引用されていった。

その事実から、この片桐の「数学的な考え方」の規定は、いわゆる馬場（2006）のいう「数学的な考え方を網羅する様な精緻な研究」として「数学的な考え方の外延的分析」の代表的な規定である。片桐重男の「数学的な考え方」に関する多くの文献には、「『数学的な考え方』を育てる」ことを意図した具体的な授業事例が幾つもあげられている。例えば、「算数科　教材精選と統合的発展的な考え方」（片桐 1975）、「算数指導の本質と指導法の改善」（片桐 1977）、「算数科の指導内容の体系」（片桐 2011）には、多種多様な事例が記されている。

しかし、多種多様な事例について理解すれば理解するほど「数学的な考え方」の具体的な子どもの姿が広がり多様化してしまう。すなわち、外延が増えれば増えるほど内包も広がり、「数学的な考え方」の意味が繁雑になる。

もう一つ「数学的な考え方」の意味についてきちんと自分の主張をする「規定タイプ」の文献を見ていく。「数学的な考え方」という概念を小学校算数科に導入しその育成を長年にわたり推進してきた、いわば家元的な中島健三の「数学的な考え方」の規定を見ていこう。

中島健三は著書のなかで「数学的な考え方は、百人百様か」（中島 1997）と小見出しをつけ、「数学的な考え方」のとらえ方について混乱していることを指摘している。中島健三は、１０人の大学の教授たちから「数学的な考え方」のとらえ方を収集してまとめている。１０人があまりにも異なる主張をしたことを受けて「百人百様」と小見出しを付けたのだ。中島健三は、「三者三様」といった程度はなく、「十人十色」以上にいろいろな見解であることに鑑み、強調的に「百人百様」としたのであろう。筆者にとってはその見解のバラバラさは「千差万別」である。

中島健三は、それら幾つもの「数学的な考え方」の見解を踏まえながらも、独自の見解を示している。中島健三は、前述のような塩野直道の「数理思想」における「数学を作っていく活動」を算数学習の基本的な理念とし、「創造する」「精神的態度」という概念をあげながら、「数学的な考え方」を、数学を生み出す「考え方」としている。そして、以下のようなこれまたよく引用される規定をしている。

「数学的な考え方」は、一言で言えば、算数・数学にふさわしい創造的な活動ができることである。
「算数数学と数学的な考え方」（中島 1981）

つまり、「算数・数学にふさわしい創造的な活動」を進める「考え方」なのである。創造活動を進めるひとつの方法としての「考え方」なのである。

しかしながら、この規定は抽象過ぎて、具体的には幾つもの子どもの姿がイメージされてしまう。すなわち、「算数数学にふさわし創造活動」にあたる具体例がいくつもあり繁雑になる。例えば、中島健三は、「『数学的な考え方』が、単に人間の願望を目標に表したに過ぎないものであったり、飾り物に過ぎないものであったりすることのないように」（中島 1968 b）したいと、「とくに狙うべき性格」として「数学的な考え方」の包括的な意味を挙げている。「算数指導を通して，形式的な内容以外で、子どもの能力として開発していきたい」と、次のような４つの「数学的な考え方」があるという。

研究論文

ア　数学で用いる特有な考え方
イ　数学特有のものでないにしても、数学でよく用いる考え方
ウ　数学の基盤をなすような考え方
エ　事象の考察処理に、数学を積極的に用いようとする考え方
「数学的な考え方と新しい算数」中島（1968 c）

これは「数学的な考え方」の内包が拡げられていることになる。したがって「数学的な考え方」の外延が多くなり、「数学的な考え方」の具体的な内容は繁雑になる。これでは、「数学的な考え方」の繁雑さが、「数学的な考え方」を育てることを煩雑にするだけのことである。「数学的な考え方」の内包を整理し、重点化をし、「数学的な考え方」の外延をある程度限定していかないと「数学的な考え方」を育てる実践は煩雑になり一般化しない。「数理思想」にもとづく「数学を作る活動」、すなわち「算数数学に相応しい創造活動」の内包と外延を、整理し、重点化し、より簡潔に、より明確に、そしてより統合された実践しやすい内容にしていきたい。

（3）　軽率で邪険に扱われている「数学的な考え方」の説明

ここで一つ些細なことではあるが筆者には気になることがある。それは「数学的な考え方」という用語そのものの表記のことである。

研究者の著作のなかで、「数学的な考え方」に当たる表記で、「数学的考え方」（算数科教育学研究会 2017）と「な」が抜けていたり、「数学的な考え」（日本数学教育学会 2006）と「方」が抜けていたりする。秋月康夫の著書「数学的な考え」（1968）の書名でも「方」が抜けている。また、矢野健太郎「数学の考え方」（1964）の書名では、「的」がない。中島健三や片桐重男が長年主張していきた「数学的な考え方」という用語と一字異なる。これらの表記の扱いを見ると、「数学的な考え方」という用語が学術的な用語として認められていない印象を受ける。

さらに、松原元一の著書には、「数学的な考え方」という用語はなく、「数学的な考察」とか「数学的考察」が多く使われ「数学的な思考」や「数学的思考」もある。あえて「数学的な考え方」とは異なるという理由で表記されているのであろうか。松原元一は「数学固有の考察の仕方で説明されなければならない」（松原 1986 a）と主張している。

いずれにしろ「数学的な考え方」は、固有名詞として固有ではない乱れがある。「方」や「考え」や「考察」「思考」といった言葉が入り乱れ「数学的な考え方」となっていない事例が多い。研究者たちが論理的な研究活動で用いている言葉遣いであるから、それぞれの思いや願い、信念や主義主張に基づく根拠があるにちがいない。しかし、わかりにくい。

中島健三（1968 c）は、「『考え方』については『思考のしかた』といった面に限定する必要はなく、数学的な『考え』といったものも含めてよい。」と「数学的な考え方」の一部として、「集合の考え」「関数の考え」「単位の考え」などを、「的」を取って「数学の考え方」と呼んでいる。片桐が「数学の内容に関係した数学的な考え方」とした部分を、中島は「数学の考え方」としている。さらにまた、中島（1968 c）は、「数学の考え方」のなかの「特有の考え方」として「公理的な考え方」をあげ、これを「数学の考え」としている。「的」も「方」も取っている。

さらに、わかりにくくて軽率的で邪険に扱われている典型的な具体例として、以下の日本数学教育学会からの「数学的な考え方」の意味説明がある。昭和５９年（1984 年）から重版を重ねてきた日本数学教育学会編集の「算数教育用語辞典（2006）」である。

「数学的な考え」「数学的な考え方」という言葉はよく使われる。この二つの言葉は似ているが違いもありそうである。どう違うのだろう。両者を厳密に使い分けることは難しいが、次のように考えることができるだろう。
　数学的考えとは、数学的アイディアのことで、数学的活動のなかから生まれてくる様々な発想や、数学を使う場面での数学の個々のアイディアのことである。
　数学的考え方とは、数学を展開する際に用いられる数学に特有の考え方を指し示す言葉である。
「算数教育用語辞典」（日本数学教育学会編 2006）

研究論文

これが日本数学教育学会という研究団体からの「数学的な考え方」についてひとつの公式的見解である。「数学的な考え方」は「ありそうである」とか「できるだろう」といった「思い」のレベルなのである。しかも、解説部分になると、「数学的考え方」と「な」が消えている。「数学的な考え方」が教育科学の専門用語になっていない表れである。「数学的な考え方」が軽率に邪険に扱われている証拠である。

3．「数学的な考え方」の規定に向けた整理と重点化

（1）　片桐重男の「数学的な考え方」の規定からの重点化

「数学的な考え方」の意味説明が、表面的で空虚であり、多様的で繁雑であり、しかも軽率的な邪険な説明となっていることを示してきた。その結果やはり「数学的な考え方」は無定義状態であることが分かった。今現在でも「数学的な考え方」とは「誰もがその重要性を認める一方で、内容については定義できないものであることがわかる。」（中野 2012）とされている。この「数学的な考え方」の意味の無定義状態が、「数学的な考え方」の意味を曖昧にし，「『数学的な考え方』を育てる」ことを算数教育の重点とした学習指導の日常化を阻んでいる原因である。

「数理思想」から始まった「世代を超えた」「数学的な考え方」に対する「教育的情熱」はどこへ行ってしまったのか。筆者は、この「数学的な考え方」の無定義状態をこのまま放置することができず、「数学的な考え方」に対する「教育的情熱」を次の世代へと引き継ぎたく、さらなる「数学的な考え方」の明確化を試みる。そのためには、「数学的な考え方」の意味内容の繁雑さを何とか解消し、「数学的な考え方」を育てる煩雑さ解消しなければならない。

そこで、「網羅する様な精緻な研究」として「数学的な考え方の外延的分析」の代表であった、片桐の「数学的な考え方」の規定を、改善に向けた原々案として中心的に取り上げ、新しい時代に見合ったより明確でより簡潔でより統合された「数学的な考え方」の規定を追求していく。

さて、片桐は、「数学的な考え方をⅡとⅢに分けることが適当である。」（片桐 2004）として、繁雑さを解消しようとしている。すなわち、「数学的な考え方」とは、数学的に思考する思考の「方法」と、数学的に思考する思考の「内容」に分けることが適当であるとして、二つのカテゴリ－にまとめ、以下のような具体的な「数学的な考え方」の内容を示している。

数学の方法に関係した「数学的な考え方」	数学の内容に関係した「数学的な考え方」
１．帰納的な考え方 ２．類推的な考え方 ３．演繹的な考え方 ４．統合的な考え方 ５．発展的な考え方 ６．抽象化の考え方 ７．単純化の考え方 ８.一般化の考え方 ９．特殊化の考え方 １０．記号化の考え方 １１．数量化、図形化の考え方	１．集合の考え ２．単位の考え ３．表現の考え ４．操作の考え ５．アルゴリズムの考え ６．概括的把握の考え ７．基本的性質の考え ８．関数の考え ９．式についての考え

これでも繁雑である。「数学的な考え方」の項目が多い。さらに、これらの項目が一部絡み合っている。例えば、「記号化」と「数量化、図形化」は、「単純化」でもあり「抽象化」でもある。また、村上（2000）が記しているように「類推的」、「帰納的」、「演繹的」は何かを根拠として判断するという点では同じ「論理的な考え方」である。また、関係を式に表現したり，式をよんだりする「式についての考え」や、操作の仕方を形式化しようとする「アルゴリズムの考え」などは、「記号化の考え方」であり「一般化の考え方」であり、「抽象化の考え方」でもある。また、基本的法則や性質に着目するという「基本的性質の考え」や、ものや操作の方法を大づかみにとらえたり、その結果を用いたりしようとする「概括的把握の考え」は、「考え」というよりも論理的に理由となる根拠を見出そうと考える際の基本的な構えである。

さらに決定的な繁雑さは、そもそも「考え方」と「考え」という「数学の方法」と「数学の内容」という二つのボリュームのある内容に区別して羅列していることにある。もちろん、算数数学教育の指導内容としては、数学の方法としての「考え方」と、数学の内容としての「考え」，両方重要な目標である。しかし、「数学的な考え方」としては「数学の方法」としての「考え方」に重点を置くべきである。なぜならば、本来の「数理思想」を受け継ぎ、塩野直道の主張する「数学をつくりあげていく活動」を主体とする授業を目指すならば、創造していく手続き的知識を重点にすべきであるからだ。

片桐自身もこの繁雑による実際の授業実践に向けた煩雑さを懸念している。例えば、「数学の内容に関係した考え方」は「位取り記数法の考えのように，それ自身重要であるが、ある特定の数学的な内容だけに用いられるものと、単位の考えのように，ある内容領域だけに関係するのではなく，いくつかの領域に共通して必要となる考え方とがある。」として、「前者は極めて多くあると考えられ、これら一つ一つ考察し，指導することは極めて煩雑であり，かえってその効果も期待できない。」ととらえている。その結果「むしろ重要なのは，多くの内容に共通して働く考え方である」（片桐 1988）と断言している。

上記のような創造していく方法への重点化という観点と、「多くの内容に共通して働く考え方」という片桐自身の目標項目の繁雑さと授業実践への煩雑さの解消という観点で、さらに整理していくと、片桐の「数学の内容に関係した数学的な考え方」は、「数学的な考え方」からは外すという判断ができる。もちろん算数科の目標から外すというのではない。「数学的な考え方」という目標項目とその評価項目から外し、繁雑さの少ない目標で煩雑さの少ない授業にするため

の重点化である。「数学的な考え方」を育てる授業の一般化や日常化のためである。

例えば、考察の対象の集まりやそれに入らないモノを明確にしたり、その集まりに入るかどうかの条件を明確にしたりする、いわゆる「集合の考え」や、変数を見出し，見出した変数間の依存関係を見出し、その依存関係を表現して問題解決に活用していくといったいわゆる「関数の考え」は、数学としては特有の表現形式であり、宣言的知識としての内容が濃い。であるから，これらの「数学の内容に関係した数学的な考え方」は、「手続き的知識」としてより一般的な「考え方」として扱わない方がよいと判断することができる。

この判断は大胆である。なぜならば、「集合の考え」や「関数の考え」は、手続き的な側面も否めないからである。しかしながら、「集合の考え」や「関数の考え」は、ファン・ヒーレの「学習水準理論」のように手続き的な側面である「方法」が学びによって「対象」となり数学的な内容となる。手続き的な側面のある「集合の考え」や「関数の考え」を学ぶプロセスに、それらを学び取るのに有効な、より一般的な、より基礎的で共通性の高い前段階の「考え方」がある。実際、対象や条件を明確にしていく「集合の考え」を内容として学ぶ際には、子どもたちは帰納的に考えたり、統合的に考えたりする。その創造的なプロセスにあるより一般的な、より基礎的で共通性の高い「考え方」がある。そのより基礎的な共通性の高い「考え方」に重点化する。また、変数を見出し、変数間の依存関係やそのきまりを見出し、表現して活用していくという「関数の考え」を学ぶ際にも、やはり、子どもたちは帰納的に考えたり、統合的に考えたり、発展的に考えたりする。その変数や依存関係を創造的に見出すプロセスにある、より一般的な、より基礎的で共通性の高い「考え方」に重点を掛けて育てていくのである。

であるから、片桐がカテゴライズした「数学の内容に関係した数学的な考え方」は、「数学的な考え方」から除外することが可能になる。そもそも「数学的な考え方」は文字通り手続き的な「考え方」なのであり、思考する方法なのである。宣言的な「考え」ではないのだ。

そこで、前述のように中島健三が「数学的な考え方」のなかの「数学で用いる特有の考え方」としているものを「数学の考え」としたことに基づき、片桐のいわゆる「数学の内容に関係した数学的な考え方」は「数学的な考え方」としないで、「数学の考え」と規定する。そして、「数学の方法に関係した数学的な考え方」のカテゴリーのみを「数学的な考え方」として重点化することを提案する。「数学的な考え方」は，数学の方法に関係した「考え『方』」である。「集合の考え」や「関数の考え」など「数学の内容に関係する」ものは，「数学『的』」ではなく、「考え『方』」でもなく、「数学」そのものの「考え」、すなわち「数学の考え」なのである。そして、「数学的な考え方」と「数学の考え」を並列的に位置づけるのである

中島（1968 c）はこの、「考え方」と「考え」に関して、「『考え方』については、『思考のしかた』といった面に限定する必要はなく、数学的な『考え』といったものを含めてよいといえる」と明言している。となると、「数学的な考え方」は数学の方法に関係した「考え方」のみとする筆者の重点化規定の提案は、これに反することになる。すなわち、筆者の提案は現在の「数学的な考え方」の意味に対して大きな変更となる。片桐のいう「数学の内容に関係した数学的な考え方」というカテゴリーは、長年「数学的な考え方」の一部として受け入れられてきているからである。さらに、文部科学省（1989 年平成元年当時は文部省）の平成元年 6 月小学校指導書算数編（1989）で以下のように記述されている。

数学的な考え方としては、様々なとらえ方ができるが、数学の内容にかかわる考えと、思考を進めるときにはたらく考え方とに大別できる。前者には、単位の考え、計算の考え、測定の考えなどがある。後者には、帰納的に考える、類推して考える、演繹的に考える，あるいは見通しをもって考えることなどがある。
小学校指導書者算数編（平成元年６月）p 185

ここでの説明では、「数学的な考え方」の意味として片桐のいう「数学の内容に関係した数学的な考え方」をはじめに挙げている。そして、「思考を進める」という表現で片桐のいう「数学の方法に関係した数学的な考え方」を次に挙げている。内容に関わるものを「考え」として、方法に関わるものを「考え方」として「方」を付加し区別し、両方ともに「数学的な考え方」としているのである。つまり、この解説書は片桐の分類を引用しているのである。

このことからも、筆者の提案は、国からの解説に反するのである。であるからやはり、筆者の提案は暴虎馮河的な勇気ある決断である。いや英断である。

さらにまた、内容に関わるものを「考え」として、方法に関わるものを「考え方」して大別し、両方ともに「数学的な考え方」とするこの文部省の方針は、平成１１年５月（1999）の「小学校学習指導要領解説算数編」においても以下のように記され、「数学的な考え方」に対する公式見解として2010年代の平成時代まで継続されてきた。筆者の提案は認められていないのである。

事象を数理的にとらえるとは、事象の中に含まれる数、量、図形などの要素に着目して、考察し，探求していくことである。また、変化や対応などの関数の考えや，対象を明確にする集合の考えなど、数学的な考え方に着目して考察し，探求していくことである。このことも算数の重要なねらいの一つである。
小学校学習指導要領解説算数編（1999）p 17

ここでは、数理的にとらえることの説明の文脈で、「数学的な考え方」に当たるものとして「関数の考え」と「集合の考え」を挙げている。すなわち、国は一貫して、片桐のいう「数学の内容に関係した数学的な考え方」をも「数学的な考え方」の一部であるというのである。筆者が提案する、「数学の方法に関係した数学的な考え方」のカテゴリーのみを「数学的な考え方」とする重点化は、やはり今現在も国の方針に反する重点化の提案なのである。

もちろん、片桐のいう「数学の内容に関係した数学的な考え方」にあたるものは、「数学的な考え方」ではないからといって算数の重要な指導内容ではない，などとするつもりは毛頭ない。松原（1986）が「数学的にものを見る第一段階は対象を集合としてとらえることである。」とし、そして「第二段階は、この集合を数学的な構造をもった他の集合へ移すことである。このことを写像する，関数関係に移す、という。」ということからすると、「集合の考え」と「関数の考え」は、算数教育で育てるべき重要な「数学の考え」であることは確かである。「集合の考え」と「関数の考え」は「数学の内容と関係する」育てるべき目標であるが、それらは、数学「的」でもなく、考え「方」でもない。つまり、「数学的な考え方」ではないのである。「数学の考え」としての重要な指導内容である。

②　さらなる「数学的な考え方」の整理と重点化

片桐の規定する「数学的な考え方」の「Ⅱ：数学の方法に関する数学的な考え方」をさらに整理し重点化していく。「数学的な考え方」を育てる授業実践の日常化を目指して。

「数学の方法に関する数学的な考え方」１１項目は、「な」と「の」の「考え方」と二つに分類することができる。ひとつは、「帰納的な考え方」、「類推的な考え方」、「演繹的な考え方」、「統合的な考え方」、「発展的な考え方」という五つ「○○的『な』考え方」である。もうひとつは、「抽象化の考え方」、「単純化の考え方」、「一般化の考え方」、「特殊化の考え方」、「記号化の考え方」、「数量化、図形化の考え方」の六つの「○○化『の』考え方」である。

まず、「○○的『な』考え方」を解釈する。「○○的な」の「な」は，国語辞書（「大辞泉」小学館 2018）によると、もともと「なり」や「なる」の変形である。例えば、「大きな」は、形容動詞の「おおきなり」の連体形（体言に連なるときの語形変形）であり、「おおきなる」の音変形である。それ故に、例えば「帰納的な考え方」とは「帰納的なる考え方」であり、「帰納的」という「考え方」の役目や働きを意味する。つまり、「考え方」の帰納的という一つの性質を表現していることになる。ということから一般的に「ＡなＢ」という表現は、「Ａ」という性質をもつ「Ｂ」であり、「Ｂ」の方が「Ａ」を包括する。いわば、「Ａ⊂Ｂ」である。「Ｂ」の性質の一つとして「Ａ」があると解釈することができる。

次に「○○化『の』考え方」を解釈する。「○○化の」の「の」は，国語辞書（「大辞泉」小学館 2018）によると、格助詞（どのような関係にあるのかを示す助詞）としていくつかの意味があるが、ここでは「所属」を意味する。例えば、「妹の本」は「妹」に所属する「本」である。「妹」は幾つものもの（妹に所属するもの）をもっているが，そのなかの一つの所属物として「本」があるということになる。それ故に、例えば「記号化の考え方」とは、「記号化」というプロセスには幾つもの手順やその手順を構成している要素など（記号化に所属するもの）をもっているが、そのなかの一つとして「考え方」があるという意味である。「記号化」というプロセスのなかの一部として「考え方」があるという意味になる。つまり、例えば「記号化」という一つの目的に向かって考えるというそのプロセスにあるものの「考え方」の一部を意味しているに過ぎない。このことから一般的に「ＡのＢ」という表現は、「Ａ」の所属のなか一部として「Ｂ」があり、「Ａ」の方が「Ｂ」を包括する。いわば、「Ａ⊃Ｂ」である。「Ａ」の性質の一つとして「Ｂ」があると解釈することができる。

以上のように、「○○な△△」と「○○の△△」を解釈すると、五つ「○○『な』考え方」は、「考え方」のなかの一部としてひとつの性質を意味している。それに対して「○○『の』考え方」は、「○○化」というある目的のプロセスのなかの一部として「考え方」がありますということになる。「○○化の考え方」とは「考え方」の中味よりも○○化に向けてそこにはある「考え方」が「○○化」の一つの性質としてあるという「考え方」の存在を意味している。

すなわち、「帰納的な考え方」、「類推的な考え方」、「演繹的な考え方」、「統合的な考え方」、「発展的な考え方」という五つ「○○『な』考え方」は、「数学的な考え方」の性質を意味している。それに対して、「抽象化の考え方」、「単純化の考え方」、「一般化の考え方」、「特殊化の考え方」、「記号化の考え方」、「数量化、図形化の考え方」の六つの「○○化『の』考え方」は、「～化」という目的に向けてそのプロセスに「考え方」が存在している、「○○化」の性質の一つを意味している。「○○な△△」と「○○の△△」は、全体と部分の関係が逆の関係になっているのだ。

このように「○○的な考え方」と「○○化の考え方」を意味づけると、後者の「○○化の考え方」は、必ずしもその「考え方」の内容が明確ではない。「○○化」に向けていくつかの「考え方」が重複してある場合もある。となると、「○○化」に向けたプロセスにある「考え方」に

は、その内容としては「考え方」の一つの性質であるところの「○○的な考え方」が存在するととらえることができる。すなわち、「○○化の考え方」は、目的とする「○○化」に向けて「考え方」が存在しているが、その「考え方」は「○○的な考え方」なのである。

例えば「一般化の考え方」のなかには、一般化に向けて「帰納的な考え方」が働いていたり「統合的な考え方」が働いたりしているのである。また例えば、「抽象化の考え方」のなかには、抽象化に向けて「類推的な考え方」が働いたり「発展的な考え方」が働いたりしているのである。すなわち、「○○化」に向けたプロセスにある「○○化の考え方」というものは、「○○的な考え方」を部分的に含むことになる。そうなると、片桐の示す「○○化の考え方」とは「○○的な考え方」の集合体となる。それ故に、もはやあえて「○○化の考え方」は重点的に取り上げなくてもよいことになる。そこで、「○○化」に向かうプロセスにある「○○化の考え方」は「数学的な考え方」から割愛してもよいと判断することができる。

「○○化の考え方」を割愛すると判断すると、「数学的な考え方」をなお一層整理し重点化して規定することができる。すなわち、「数学的な考え方」とは、「帰納的な考え方」「類推的な考え方」「演繹的な考え方」「統合的な考え方」「発展的な考え方」という五つ「○○『な』考え方」である、ということになる。

③　昭和43年学習指導要領からの示唆による「数学的な考え方」の重点化

片桐の「数学的な考え方」の規定を整理し重点化を進めてきた。その結果、五つの「数学の方法に関係する考え方」に重点化し、その五つを「数学的な考え方」とする規定が原案となった。この原案となった「数学的な考え方」の五項目の繁雑さをさらに低め、それに伴う授業への煩雑さをさらに低め、授業実践に日常的に有効に働く規定としていきたい。。

そこで、改めて「『数学的な考え方』の外延的分析」の時代に授業研究が盛んになされたときの、昭和４３年７月の小学校学習指導要領の算数科の目標を吟味してみる。なぜならば、この指導要領は「数学的な考え方」を重点目標にした目標であるから、そこにはさらなる重点化するヒントがあるからである。昭和４３年の学習指導要領改訂は、いわゆる、「算数数学教育現代化」という理念を含んだ改定である。小学校算数科に今までなかった新しい学習指導内容が加わり、例えば、「集合」や「関数の考え」が入るという大きな改訂だった。そこには、昭和３３年の前改訂に引き続き算数の目標として以下のように「数学的な考え方」が示され、この改訂ではさらに新しい指導内容とともになお一層の「より進んだ数学的な考え方」が求められた。

第１　目　標

日常の事象を数理的にとらえ，筋道を立てて考え，統合的，発展的に考察し，処理する能力と態度を育てる。

このため，

1　数量や図形に関する基礎的な概念や原理を理解させ，より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出すことができるようにする。
2　数量や図形に関する基礎的な知識の習得と基礎的な技能の習熟を図り，それらが的確かつ能率よく用いられるようにする。
3　数学的な用語や記号を用いることの意義について理解させ，それらを用いて，簡潔，明確に表わしたり考えたりすることができるようにする。
4　事象の考察に際して，数量的な観点から，適切な見通しをもち，筋道を立てて考えるとともに，目的に照して結果を検討し処理することができるようにする。

この指導要領の目標には、目標の総括的表現として冒頭に「日常の事象を数理的にとらえ，筋道を立てて考え，統合的、発展的に考察し，処理する能力と態度を育てる。」とある。ここには「筋道を立てて考え」と「統合的、発展的に考察し」と、子どもが考える二つの姿を表現している。「筋道を立てて考える」子どもの姿と、「統合的発展的に考察する」子どもの姿である。「筋道を立てて考える」ことと「統合的発展的に考察する」こと、これがまさしく「数学的な考え方」に相当する目標である。なぜならば、昭和４３年の指導要領改訂後に文部省から出版された昭和４４年５月「小学校指導書算数編」（1986）に記述されている通り、「これまでの方針であった数学的な考え方を伸ばすことをいっそう発展させるということ」でこの総括目標を新たに設けたのだからである。

それでは「筋道を立てて考える」とはどういう「考え方」のことか。前掲の「小学校指導書算数編 (1968) では、「ものごとを断定したり，推論を進めたりする場合、明確な理由をふまえて，筋の通った説明ができるようになるということ」であるとして、いわゆる「論理的思考を重視する」と記されている。また、「筋道立った考えとして，帰納的考え、類推的考え、演繹的な考えがある。」（算数教育指導用語辞典 2006）とあるように、「筋道を立てて考える」子どもの姿とは、帰納的に考えたり、類推的に考えたり、演繹的に考えたりする子どもの姿である。

となると目標文にある「考え方」は、片桐のいう「数学の方法に関する数学的な考え方」を整理して重点化し原案的に規定した五項目の「○○的な考え方」と合致する。すなわち、帰納的に考えたり、類推的に考えたり、演繹的に考えたりすること、そして、統合的、発展的に考えること、これらは、原案である「数学的な考え方」五項目そのものであり、きちんと昭和４３年学習指導要領の目標に位置づけられているのである。この当時の昭和 43 年の学習指導要領は、昭和３３年の学習指導要領を引き継ぐ形で，「数学的な考え方」の時代であるから　当然のこととして片桐重男や中島健三の主張が出ていることになる。この昭和４３年の指導要領における算数目標の表現は片桐の規定が反映されているのである。

しかし、ここに国の方針として不整合な矛盾を見出すことができる。それは目標項目と評価項目のずれである。いわば指導要領と指導要録の不整合である。この指導要領の目標文には前述のように「筋道を立てて考える」子どもの姿と「統合的発展的に考察する」姿を掲げているのである。つまり、その目標文は、とりもなおさず「数学の方法に関係した数学的な考え方」、しかも、「○○的な考え方」のみを目標としている。しかしそれにもにもかかわらず、指導要領の評価項目としての「数学的な考え方」には，前述のような片桐の「数学的な考え方」の規定をほぼそのまま採用して、「数学的な考え方」は「数学の内容にかかわる考え」と「思考を進めるときにはたらく考え方」としているのである。冒頭に目標として標榜した、育てる目標としての「数学的な考え方」と、評価するときの「数学的な考え方」にずれがあるのだ。このずれはあってはならない。なぜならば、評価項目は当然指導目標と整合させるべきであるからだ。目標に向かって実践する指導と評価は整合し一体化されないと実践は効果的に進まないからである。この目標と評価のずれは、「数学的な考え方」の授業実践が一般的に日常化しない煩雑さの原因のひとつである。

この、指導要領の目標項目と指導要録の評価項目の不整合をとらえ、まずはアプリオリに目標を重点化するという観点で改善を図るのならば、「数学的な考え方」とは、「筋道立てて考える考え方」すなわち「論理的な考え方」と、「統合的・発展的な考え方」の二つの「考え方」に

整理し重点化すべきである。

このように整理して重点化した結果、二つの「考え方」を「数学的な考え方」として同定し、規定することは、片桐の規定する「数学的な考え方」のカテゴリー「数学の方法に関係した数学的な考え方」のなかの五つの「○○な考え方」をさらに整理し重点化することになる。すなわち、「帰納的な考え方」、「類推的な考え方」、「演繹的な考え方」の三つは、「論理的な考え方」としてまとめることができる。そして「統合的な考え方」、と「発展的な考え方」はセットにして「統合的･発展的な考え方」とまとめることができる。その結果、五つの「○○『な』考え方」は、「論理的な考え方」と「統合的・発展的な考え方」という二つの「考え方」に整理することができる。

以上のような重点化によって最終的に、「数学的な考え方」とは、「論理的な考え方」と「統合的･発展的な考え方」という二つの「考え方」にたどり着いた。「『数学的な考え方』とは、『論理的な考え方』と『統合的・発展的な考え方』である。」と規定する。

4．重点化された「数学的な考え方」の意味と意義

（1）「論理的な考え方」と「統合的発展的な考え方」の具体な意味

さて、片桐重男の「数学的な考え方」の規定を文献研究的に吟味し，「数学的な考え方」の意味を「論理的な考え方」と「統合的・発展的な考え方」という二つの「考え方」に整理し、重点化して規定した。そこでこの「二つの『考え方』」の意味について子どもの姿と対応しながらさらに「数学的な考え方」の外延と内包を明確にしていく。

まず、「論理的な考え方」とは何か。「論理的な考え方」とは「論拠を明示し，肯定式などの妥当な推論形式に従った考え方」（村上 2000）であり、子どもでも「『なぜそうなるのか』と問えば『だって、ｐだからｑだ。』と論拠ｐを示して論理的に説明する。」とあるように、明確な根拠を挙げて理由を説明するときに発動される「考え方」である。数学的には「演繹的推論」を指すが、小学校算数での子どもの学習をとらえるならば、「演繹的推論」だけではなく、「帰納的推論」や「類比的推論」をも意味する広い捉え方となる。すなわち、広く「ものごとを断定したり，推論を進めたりする場合、明確な理由を踏まえて，筋の通った説明ができるようになるということをねらいとしている」（文部省昭和４４年「小学校指導書算数編」1969）のである。

そこで､子どもが発言する姿を基本的な「数学的な考え方」を表現する場ととらえて外延とし、その幾つもの子どもの姿から「論理的な考え方」を一言で内包的に説明するならば、「論理的な考え方」とは、「理由を求める」という「考え方」である。すなわち、「ＡはＢである。」と何かを判断したときには、必ず理由があるはずだ。その理由は何か、「なぜだろう」と考える。そして、その理由となる根拠を見い出していく。その理由となる根拠を見いだしていくことを始めるときに働く「考え方」である。この「理由を求める考え方」を数学的にいうならば、「ＡはＢである。」と結論に当たる判断の命題に､「なぜかというと」という国語の接続詞を用いて「ＣはＤである。」と前提に当たる理由となる根拠を示す命題を見出し関連付けることである。

外延的に「論理的な考え方」の子どもの具体例を挙げる。例えば、静岡県吉田町立住吉小学校での授業で、床のタイルのような模様を見た５年生の子どもが「この四角形は台形です。な

ぜかというと、一組の辺が平行だからです。」とその形について、理由となる明確な根拠をあげて台形であると説明をしていた。その子どもの判断に働いているのが「理由となる根拠を見い出そうという」考え方であり、その考えた結果、結論として「この四角形は台形である。」と判断した命題があり、前提としての理由となる「一組の辺が平行である」という根拠の命題があり、二つの命題の関係づけが表現されているのである。

また例えば、東京都羽村市立羽村西小学校での授業で、「４８÷３」の計算の仕方を考える４年生の子どもが「私は、４８を２４と２４に分けて計算しました。なぜかというと、２４は3の段にあるからです。なぜ４８を２４と２４に分けたかというと、かけ算九九が一回で済むからです。」と発言していた。「４８を２４と２４に分割した」理由となる根拠を考え、見出し、「３の段のかけ算九九だから３で割り切ることができる。」あるいは「かけ算九九の八三２４が一回で済む」と説明をしていた。ここでも、計算の仕方を判断した一つの命題（結論）に，理由となる根拠に当たるもう一つの命題（前提）を考えだし、命題と命題を関連付けて自分の言葉でその計算の仕方を説明しているのである。

もちろん「理由を考えていこう」という「考え方」はいきなり生じるわけではない。その「考え方」を用いる「場」がないと生じてこない。何か、興味や関心を引くひとつの「もの」や「こと」の様子や変化との出会いと、その「もの」や「こと」のある場面や状況に置かれることが必要だ。興味・関心のあるひとつの「もの」や「こと」の様子や変化に出会い、その場面と状況に自分が置かれたとき、「なぜ○○かな？」と「理由を考える」という「考え方」が発動される。そして「なぜ？」という問う表現が表出してくるのである。

逆に考えると、何か、興味や関心を引く「もの」や「こと」の様子や変化に出会い、その「もの」や「こと」のある場面やその状況に自分を置くことが、「理由を考える」という「考え方」を育てるひとつの「場」となる。「理由」を考えたくなる「場」との出会いがくつもあり、そこでの「理由を求め、問う」体験が、そして理由を考えた結果、よく理解できたといったことなどの「よさ」の体験が、いくつも積み重なり育てていく「考え方」である。

一方、「統合的・発展的な考え方」とは何か。内包的な説明をすると、「統合的・発展的な考え方」とは、「共通点を求める」という「考え方」である。すなわち、幾つかの「もの」や「こと」には、必ず同じところ、つまりは共通点があるはずだ。その共通点は何か。「同じところは何か」と考える。そして、共通点を見い出していく。そして、その見出した共通点は他の場合でにもさらにあるのではと考える。このように次々と共通点を見い出していくことをはじめるときに生きて働く「考え方」である。「統合的・発展的な考え方」とは、共通点を求め共通点を考え、さらに他の場合も共通点をとらえていこうという「考え方」である。

昭和４３年の学習指導要領で初めて「統合的、発展的考察」が目標に位置づけられたとき、統合的な考え方と発展的な考え方について、前出の「小学校指導書算数編（昭和４３年５月文部省 1968)」で以下のように解説している。

> 処理の方法が同じ文脈のことばで表現されるものには、同じ形式を与えるようにするために、前のものと新しく生み出したものとを包括的に扱えるように意味を規定したり，処理の考えをまとめたりする。これが統合の考えである。
>
> 文部省「小学校指導書算数編」（1968）ｐ６

研究論文

発展的な考えとは、算数に限らず、ものごとを固定的なもの、確定的なものと考えず、絶えず、新たなものに創造し発展させようとする考えである。

文部省「小学校指導書算数編」（1968）ｐ６

上記の説明文において「統合の考え」「発展の考え」と「方」を付けず「考え方」となっていないところが不満であるが、この説明文に「統合的・発展的な考え方」を子どもの姿でとらえるようとするときのキーワードとなる「共通点」と「他の場合」を見出すことができる。

すなわち、この説明文にある「同じ文脈のことばで表現されるものには同じ形式を」と「包括する」子どもの姿は、「同じだ」「似ている」といった「共通点」の気づきがまずあり、その気づきから「意味を規定したり」「処理の考えをまとめたりする」活動が始まる。そのわざわざ「共通点」を見出し、まとめてみたらよいことがあった、という「よさ」を味わうという経験が、「共通点があるはずだ」という態度を形成していく。また、「新たなものに創造し発展させようとする」際の子どもの姿は、「じゃあ」とか「それなら」と「他の場合を挙げる」という姿である。「ものごとを固定的なもの、確定的なものと考えず」という文面から「じゃあ〜だったら」とつぶやく子どもをイメージすることができる。

外延的に「統合的・発展的な考え方」の事例を挙げてみる。例えば、兵庫県三田市立広野小学校の２年生が、正方形と長方形を見て「今日やった長方形は，前やった正方形と違う形だけど、４つの角の大きさはみんな直角だ。だから、正方形も長方形も同じ形にしていいのか。」と発言した。「同じ」「直角」という共通点を見出し、「同じ」形と観ることができそうだという直観的な気付きである。その子どもに働いているのは「共通点を見出そうとする」「考え方」に基づいた態度である。２年生の子どもであるから、まだ明確に長方形と正方形の包摂関係は表現できないが、正方形の集合と長方形の集合の関係が体験的に見えたに違いない。

また例えば、埼玉県新座市立池田小学校の５年生の子どもたちは、いくつかの三角形の内角の和は何度になるか考え、分度器で測ったり、切り取って並べたりして調べ、その共通点として１８０度であることを見出していた。きっとどんな三角形でも共通して１８０度であるととらえ「じゃあ、他の三角形も」と追求する。そして、例にあげた三角形全ての内角の和が１８０であることがわかると、すぐに「じゃあ四角形は？」と問うのである。統合と発展は連続するのである。連続するから意図的にその問いの連続をねらい「統合的・発展的」としているのである。ここでも、三角形の内角の和が１８０度であるという三角形の集合の内包に気づき、三角形という図形の概念が豊かになった。さらに、四角形へと集合をひろげることにより、多角形の内角の和へと発展し多角形という概念形成へと進んでいく。

この「共通点を考えていこう」という「考え方」も、いきなり生じるわけではない。その「考え方」を用いる「場」がないと生じてこない。何か、興味・関心をひく幾つかの「もの」や「こと」の並列や対照との出会い、そしてその「もの」や「こと」のある場面や状況に自分を置くことが必要だ。興味・関心のある幾つかの「もの」や「こと」の並列や対照に出会い、その場面や状況に自分を置くと、「同じところは何かな？」と「共通点を考える」という「考え方」が発動される。そして「何が同じかな？」という問う表現が表出してくるのである。

これまた逆に考えると、何か、興味や関心を引く、「もの」や「こと」の並列や対照と出会い、そして、その「もの」や「こと」のある場面やその状況に自分が置かれたとき、「共通点を考え

る」という「考え方」を育てるひとつの「場」となる。「共通点」を考えたくなる「場」との出会いが幾つもあり、そこでの「共通点を求め、問う」体験が、そして見出した共通点によって何らかの集合が見えてくるといった共通点を求めたよさの体験が、積み重なり、育てていく「考え方」である。

ということで、簡潔に言うならば、「論理的な考え方」と「統合的･発展的な考え方」とは、「理由」と「共通点」を考えるという「考え方」である。この二つを「数学的な考え方」と重点化し規定する。なぜならば、この二つの「考え方」が、「数学的活動」を進める、多くの数学的内容を創造するための基礎的な「数学的な考え方」であるからだ。片桐重男の言う「重要なのは，多くの内容に共通して働く考え方」を再重点化し、かつ、最重点化した二つの「考え方」である。

松原元一は，数学的な思考の様相は「子どもに習う」「子どもから教わる」（松原 1996 b）という。その松原元一の言葉をかみしめて味わい、あえてそれに循うことにした。今まで記してきた「論理的な考え方」と「統合的、発展的な考え方」という「数学的な考え方」の規定を観点にして、これからも子どもの姿を見出し、蓄積し、「数学的な考え方」の規定の妥当性を研究評価していきたい。そして、「数学的な考え方」を用いて、理由や共通点に目を付けて，意味や仕方を表現し、知識を創造的に獲得していく姿から，「数学的な考え方」を育てることの意義、すなわち、「数学的な考え方」育成の教育的価値を見出していきたい。

（2）「論理的な考え方」と「統合的・発展的な考え方」の教育的価値

そこで、「論理的な考え方」と「統合的、発展的な考え方」を育てる意義、すなわち教育的価値に触れていく。

理由となる根拠を求める「論理的な考え方」は、ある一つの意味やある一つの処理の方法を対象にして、その理由となる根拠に当たる命題を見出し、何らかの意味や仕方を判断する命題を表現する。「ＡはＢである。なぜかというと、ＣはＤであるから」などと表現する。

例えば、福島県いわき市立小名浜第一小学校で，５年生の子どもたちが、マッチ棒を正方形に横に並べる「マッチ棒の問題」を考える授業があった。教師がマッチ棒を「」と一本ずつ並べてみせていった。子どもたちは、マッチ棒で正方形が横に幾つか出現し、正方形の数が増えていくことに気づいていった。そして、「正方形が５つのときにマッチ棒は何本でしょうか」という問題が、子どもたちの意見を交流させながら仕立てられた。その後、子どもたちはその問題解決のためにいくつかの仕方、処理の方法を考え、その仕方を式で表現した。

次のような５人の子どもたちからの式と、その立式の理由を説明する場面があった。「～という式を立てました。なぜかというと～」と，以下のような、結果が１６になる式と、その式を立てた理由が発言された。

【A児】1 + 3 × 5 = 16（はじめの１本＋３本の「コ」が５こ分、「１ココココココ））

【B児】4 + 3 × 4 = 16（はじめの４本＋３本の「コ」が４こ分。「ロココココ」）

【C児】4 × 5 − 4 = 16（４本の正方形５こ分から、だぶり４本を引く。）

【D児】 5 × 2 + 6 = 16（正方形の上の辺に５本ありが上下２倍で、真ん中の辺が６本。）

【E児】 4 × 3 + 2 × 2 = 16（正方形の４本が３つと、正方形と正方形の間に２本が２つある。）

子どもたちは、処理の方法であるＡからＥの式をよみ合い始めた。つまりはその式が何を意味しているのか、式を立ててた子どもの理由となる根拠、をよみ合っていた。理由となる根拠を考え、筋道立てて論理的に説明する活動であった。

そのとき、Ｅ児の「４×３＋２×２」の根拠がなかなか見出されなかった。しかし、直観的にひらめく子がいて、「なるほど」「ロニロニロだ。」と、子どもたちは納得していた。このような授業場面は、つまり、意外な意見をめぐり相互に学び合う場面はよく見られる。とくに、数学的な価値としての一般性に乏しい意見ほど理解されにくい傾向にある。しかし，一般性が低く理解しにくいが故に理解されたときの子どもの反応は感動的で大きいものになる。

そのような，一般性は低く一見理解しにくい仕方が理解されたときの感動が大きい事例をもうひとつ挙げてみる。新潟県魚沼市立堀之内小学校の３年生の子どもたちが「２５×１２」の二桁のかけ算の仕方を考えた。一般的には下記の左のように１２を１０と２に分割して計算して合わせるといった処理をする。しかし、Ｔ君は、下記の右のように１２を４×３と見て、２５×４が１００になることを使って処理したのである。

２５×１２＝２５×（１０＋２） ＝２５×１０＋２５×２ ＝２５０＋５０ ＝３００	Ｔ君：２５×１２＝２５×４×３ ＝１００×３ ＝３００

Ｔ君の式の意味がわからなかった多くの子どもたちに、Ｔ君は「なぜかというと，僕はスイミングスクールに行っています。だからです。」と答えた。ここで多くの子どもたちがその式の意味に気づいた。「あーそうか」という大きなつぶやきが出た。その後、Ｔ君は「２５ｍのプールで４本泳ぐと百メートルなんだ。だからこうしました。」と発言した。一定の法則からの判断ではない故に数学的な根拠とは言いにくいが、子どもらしい生活上からの理由となる根拠である。

このように、筋道を立てて考え「論理的な考え方」で，何らかの意味や処理の仕方を説明することによって、異なる意味や仕方があり、一般性は低いかもしれないが、意味や仕方が通用することを示してくれる。すなわち、子どもは，直観的に意味や仕方の「存在と可能性」を、「論理的な考え方」を活用して見事に示してくれるのである。「論理的な考え方」は、意味や仕方の「存在と可能性」を理解させるという本質的な教育価値がある。

一方、共通点を見出そうとする「統合的発展的な考え方」にも、前述のような、正方形と長方形や、三角形の内角の和のように、何らかの集合を見出すという「よさ」がある。「集合」を見出すとは、すなわち、いくつかの意味や仕方のなかに同じ構造や性質を見出し、条件とその範囲を明確にした一つの集合として知識をつくり出すことになる。そしてさらに、「じゃあ、他の場合は」と集合を広げてみて、その意味や仕方をより広く活用できるようにより一般的な概念や方法へ拡張していくことになる。これはまさに、塩野直道や中島健三らが目指した「知識を創造していく」プロセスである。そのプロセスを「統合的・発展的な考え方」が進めていくのである。

また例えば、横浜市立本牧小学校の６年生が拡大図と縮図の学習で「似ている図形」につい

て話し合っているときに、ある子が「長方形も平行四辺形である」といいだした。「なぜかというと、平行四辺形の面積を求める式は、底辺に高さをかける。長方形だって、底辺かける高さで面積を求めることができるから、共通しているので、長方形は平行四辺形であると言っていいのだ。」と発言した。周りにいた何人かの学級の仲間たちがその発言を聞いて、「なるほど。そんなこと考えているんだ。すげーな。意外だな。」とおもしろがっていた。「だったら、正方形だって平行四辺形じゃん。」「じゃあ、みんな台形になるのか？」「私も同じこと考えていた。」「その気持ちわかる。」などと発展していった。

この事例でも、集合をつくり集合を拡張しながら、図形の概念を豊かにしている。その話し合いには、「統合的・発展的な考え方」が活用されているのである。しかも、その「統合的・発展的」に考えられたことが、その子どもの考えたことの内容に対する理解だけではなく、考えた特定の子どもに対しての人間理解をも生み出している。

このように「統合的・発展的な考え方」は「共通点を見出す」という態度から、ある状況の中で転移的に自分と他者の「同じ」共通点を見出させたり、一見異なる自然現象を体験したことのある自然現象と結びつけ「同じ」「共通性」に気づかせたりする。その結果、いわゆる人間観とか自然観とかいう「観」を育てる契機となる。算数授業のなかで「統合的･発展的な考え方」の学びによる態度形成が、子どもたちの「観」を育てるという事実を，今後明らかにしていきたい。

（3）「論理的な考え方」と「統合的・発展的な考え方」の表現力

この「論理的な考え方」と「統合的、発展的な考え方」という「数学的な考え方」は、意味や仕方の「存在と可能性」を理解させ、概念と方法という「知識を創造していく」原動力となる価値ある教育すべき目標である。その教育的価値のある「数学的な考え方」を育てるうえで、最後に今後の課題を一つあげておく。

それは、「数学的な考え方」を表出するための表現力の育成である。思考力は表現されることによって意味や意義を持ち、育てられていく。それ故に、何らかの道具を用いて説明したり、記述したりする表現する力が重要になってくる。

例えば柳本（2006）が指摘するように､「数学的な考え方」を育てる上で子どもの「説明する」といった「話す」「書く」表現力の育成が課題である。柳本は、学校現場では「計算力を付けることに終始していたが、子どものさまざまなつまずきを知るなかで、なぜそうなるのかを自分の言葉で説明する力が計算力と同様に大切にしなくてはいけない」と気づき始めているという。

また例えば、平成 31 年の全国学力状況調査で、「商一定のきまり」という計算のきまりを筋道立てて説明する設問に対して、全設問中最低の正答率約３１．３％であった。約三分の二の子どもたちは、論理的にうまく説明できない。しかも無回答が約１０，７％である。全く何も説明できない子どもが一割いる。この統計的事実は、数学的にも，国語的にも国民的な危機的状況である。「数学的な考え方」とともに「数学的な考え方」が表現される説明する力を育てなければならない。

ところで、この度の平成２９年公示の指導要領改訂（2019）では、「資質・能力」という言葉でスローガン的に表現されているが、人間と人間が交流することをメインとするコンピテンシーな学力を求めている。今回改定の指導要領は「キー・コンピテンシー　国際標準の学力を

目指して」からの影響を、黒船的に強く受けている学力観である。その学力観からは、二宮（2006）のいう「解いた結果を表現し、それを広く共有することを通して新たな知見を見出す」という相互作用という観点から、「数学的な考え方」と表現力を「双方向でとらえる」実践研究が求められている。

すなわち、算数数学教育では、長崎（2007）が指摘するように「数学的リテラシ－はキーコンピテンシーに包含されてている」ことから、人間と人間の交流を豊に進める「数学的な考え方」とその表現力の育成が必要となってくる。そのために、表やグラフといった統計的なツールとともに、とくに数学的な言語である「式のよみ、かき」の指導が急務である。式で考え、式で表現し、式で説明するといった、式を相互作用的なツールとして活用し、意味や仕方をわかり合う力量がコンピテンシーな学力として求められる。式で、「論理」や「統合、発展」を学び、学び合う、インタラクティブな算数授業の開発がもとめられている。

以上のように、コンピテンシィベースの学力を育てるうえでも、なお一層「数学的な考え方」の様相を明確にし、「数学的な考え方」、すなわち、「論理的な考え方」と「統合的・発展的な考え方」とその表現力を育てていくことが求められる。「論理的な考え方」と「統合的・発展的な考え方」の二つの「考え方」に整理され重点化された「数学的な考え方」の規定が、相互に学び合う授業で有効に働き、意味の規定や処理方法のまとめなど、豊かな創造活動を生み出しているか、継続的に研究評価をしていきたい。

《引用文献》

馬場卓也　2006　数学的な考え方から見た日本の数学教育の文化論
全国数学教育学会誌　数学教育学研究第 12 巻　p.247

伊藤説朗　2000　数学的な考え方　中原忠男（編）算数数学科　重要用語 300 の基礎知識
明治図書　p.89

片桐重男　1988　数学的な考え方の具体化
明治図書　p.124

片桐重男　2004　数学的な考え方の具体化と指導　算数数学科の真の学力向上を目指して
明治図書　pp.37-38

黒田恭史　2010　初等算数科教育法　新しい算数科の授業をつくる
ミネルヴァ書房　p.95

黒木哲徳　2003　入門　算数学
日本評論社　p.215

村上一三　2000　論理的な考え方　中原忠男（編）算数数学科　重要用語 300 の基礎知識
明治図書　p.106

松原元一　1986 a　考えること　わかること
国土社　pp.135-138

松原元一　1986 b　考えること　わかること
国土社　p.16

松宮哲夫　1947　伝説の算数教科書〈緑表紙〉塩野直道の考えたこと
岩波書店　pp.16-47

中野博之　2012　数学的な考え方を育成する為の教材研究統合的に考えることに焦点を当てて
続・新しい算数数学教育の実践をめざして
杉山喜茂先生喜寿記念論文集編集委員会　東洋館出版社　p.83
長崎栄三　2007 a　算数の力　数学的な考え方を乗り越えて
東洋館出版社　p.166
長崎栄三　2007 b　算数の力　数学的な考え方を乗り越えて
東洋館出版社　p.184
中島健三　1968 a　数学的な考え方と新しい算数
東洋館出版社　p.3
中島健三　1968 b　数学的な考え方と新しい算数
東洋館出版社　p.1
中島健三　1968 c　数学的な考え方と新しい算数
東洋館出版社　p.2
中島健三　1969　小学校　新教育課程講座　算数
帝国地方行政学会　p.12
中島健三　1981　算数・数学教育と数学的な考え方」
金子書房　p.49
中島健三　1985　数学的な考え方と問題解決 1　研究理論編
金子書房　p.6
中島健三　1997 a　算数教育５０年・進展の軌跡
東洋館出版社　pp.46-47
中島健三　1997 b　算数教育５０年・進展の軌跡
東洋館出版社　p.133
二宮裕之　2006　数学的な考え方における思考と言語の関わり
アメリカＮＣＴＭスタンダードからの示唆
全国数学教育学会誌　数学教育学研究第 12 巻　p.251
植田敦三　2006　「数理思想」と「数学的な考え方」という言葉が出てきた歴史的背景
全国数学教育学会誌　数学教育学研究第 12 巻　p.248
和田義信　1952　数学教育概論Ｉ　吉野書房
数学教育講座第 1 巻　基礎項目　p.24
柳本朋子　2006　学校現場で付けたい算数・数学の力
全国数学教育学会誌　数学教育学研究第 12 巻　p.250

《参考文献》
速水敏彦　2012　コンピテンス　個人の発達とよりよい社会形成のために　ナカニシヤ出版
片桐重男　1975　算数科教材精選と統合的発展的な考え方　明治図書
片桐重男　2001　算数科の指導内容の体系　東洋館出版社
川口　延　1970　算数科の授業計画　国土社
松岡元久　1970　考える算数・数学の学習指導　明治図書
中原忠男　2011　新しい学びを拓く算数授業の理論と実践　ミネルヴァ書房
中原忠男　1999　構成的アプローチによる算数の新しい学習づくり　東洋館出版社
岡本光司　両角達男　2008　子どもの「問い」を軸とした算数学習　教育出版

《小学校における授業記録》

静岡県吉田町立住吉小学校：	平成 28 年（2016） 6 月 27 日　5 年 2 組
東京都羽村市立羽村西小学校：	平成 26 年（2014） 5 月 23 日　4 年 1 組
兵庫県三田市立広野小学校：	平成 28 年（2016）10 月 7 日　2 年 2 組
埼玉県新座市立池田小学校：	平成 30 年（2018）10 月 31 日 5 年 1 組
福島県いわき市立小名浜第一小学校：	平成 26 年（2014）10 月 30 日　5 年 2 組
新潟県魚沼市立堀之内小学校：	平成 27 年（2015） 1 月 28 日　3 年 1 組
神奈川県横浜市立本牧小学校：	令和　1 年（2019）12 月 3 日　6 年 2 組