

計量経済モデルの大型化の一帰結

菊地 進

はじめに

- I. 主観確率と事前分布
- II. 計量分析への確率的手法の導入
- III. 回帰診断への展開
- IV. 時系列解析の復位
- V. ベイズ推定の役割

おわりに

はじめに

計量経済学は、大恐慌の「落し子」として、ハーバード景気予測に代表される時系列解析法への批判を強く意識しながら1930年代にそのスタートを切った。その後10年ほどの「疾風怒濤の時代」をへて、40年代に確率的アプローチを導入した際にも、計量経済学は時系列解析法を「理論なき計測」として退けるスタンスをあらためて表明した。そして、そうしたスタンスに立ち、50年代から60年代にかけて、モデルビルディング競争が展開されてきたのである。しかし、それからさらに30年近くたった今日ではどうか。計量経済学において時系列解析（時系列モデルを含む）をタブー視する見方はすっかり影を潜め、むしろ時系列解析の成果を積極的に取り入れるべきであるとする見解が一般化している。否、むしろそのほうが優勢ですらある。

では、そうなると、かつて展開された、時系列解析＝「理論なき計測」との批判は一体どうなるのか。時系列解析を受け入れるということは、そもそも計量経済学が破産したということの意味なのか。それとも、計量経済学に包摂されるべく時系列解析が大きく発展したということか。今日、経済分野での統計解析の基礎を論じる際には、この点の評価を避けて通ることはできない。

ところで、近年注目されているのは、時系列解析ばかりではない。ベイズ推定もまたしかりである¹⁾。しかも、時系列解析の利用が進めば進むほど、ベイズ推定への注目度もまた高くな

1) M・ブローグ、A・C・ダーネルをシリーズ編者として計量経済学の主要文献の整理が行なわれて

るという関係にある。では、ベイズ推定とは何か。それは、推定主体の事前の知識（主観的判断）によって事前分布を確定し、それをえられたデータで修正することによって事後分布（安定的パラメータ）を導出するという統計的推論である。そして、この事前分布から事後分布を導く際、ベイズの定理を利用することから、こうした方法をベイズ推定とよんでいる。

ただし、この方法によると、事前分布の想定の方次第では、同一のデータを用いても、異なる推定結果がえられることがある。これは、計量経済モデル分析にとって望ましいことではないが、ベイズ推定は、これをも容認するところに大きな特徴がある。そして、こうした点を容認するアプローチにも部分的に依拠しなければならない点に、計量経済学の方法の現段階の特徴がある。こうして、ここでは、その展開過程のどのような局面でベイズ推定が必要となり、それが計量経済学の方法の全体系においてどのような位置を占めることになるのかを明らかにし、あらためて計量経済学とは何かを考える契機としたい。

I. 主観確率と事前分布

(1) ベイズの定理

ここでの主題は計量経済分析におけるベイズの位置であり、したがって、計量経済学の手法を振り返るに先立ち、まずはベイズ推定そのものを整理しておくことが必要である。ベイズ推定とは、すでに触れたように、未知パラメータの推定にあたってベイズの定理を利用する方法を総称するものであるが、その際仮定される確率分布の性格および事前分布の想定の方次第をめぐっては様々な見解があり、けっして一様な推定論が確立されているわけではない。それでも、計量経済学のみならず、心理学その他、管理実験のデータがえられない分野においては、ベイズの定理の利用がますます注目されてきている。それも、単一の事前・事後分布を想定するサンプル・ベイズ・アプローチから、複数の事前・事後分布を想定するロバスト・ベイズ・アプローチというように、より一般的な形へと展開してきている²⁾。

では、そもそもベイズの定理とは何か。推定を必要とする未知パラメータのベクトルを θ 、観察変数のベクトルを x とし、 θ 、 x の同時確率密度を $P(x, \theta)$ とする。このとき、条件付

おり、このシリーズのタイトルは、1. パネルデータの計量経済学、2. マクロ計量経済モデルの作成、3. 連立方程式モデル体系、4. 計量経済学の歴史、5. 時系列解析、6. 計量経済学の方法、7. ベイズ推定 となっている。こうした点からも、時系列解析やベイズ推定が計量経済学において少なからぬ地歩を固めてきていることがわかる。

Series Editor : Mark Blaug and Adrian C. Darnell, *The International Library of Critical Writings in Econometrics*, 1994.

2) Berger, J.O., Recent Developments and Applications of Bayesian Analysis, *Bulletin of the International Statistical Institute*, Proceedings Book 1, 50th Session in Beijing, 1995.

き確率を用いると $P(x, \theta)$ は次のように表わされる。

$$P(x, \theta) = P(x|\theta) \cdot P(\theta) = P(\theta|x) \cdot P(x) \dots \dots \dots (\text{確率の乗法公式})$$

ここに、 $P(x|\theta)$ は、 θ を所与としたときの x の条件付き確率であり、 $P(\theta|x)$ は、 x を所与としたときの θ の条件付き確率である。これより、次式が導かれる。

$$P(\theta|x) = \frac{P(x|\theta) \cdot P(\theta)}{P(x)} \dots \dots \dots (\text{ベイズの定理})$$

(2) 標本理論的アプローチとの違い

この定理自体は、確率の乗法公式を変形したものにすぎないが、ベイズ推定においては、そもその確率の定義において、標本理論的アプローチとは異なる解釈がとられる。計量経済学が依拠してきた標本理論的アプローチにおいては、データがくり返しえられることを前提に、くり返しの推定において望ましい性質を示す推定ルールが求められる。すなわち、データを一定の母集団からの独立標本とみなし、その標本変量の関数である統計量を未知パラメータ推定のための推定量として用い、この推定量の善し悪しが問題にされるのである。そして、多くの場合、まず、その推定量による推定の平均が未知パラメータに一致するという性質（不偏性）が求められ、その上で、そうした不偏推定量の中で分散が最小のものが求められる。いわゆる、最良不偏性である。

ところで、これらは、標本数が一定の下での性質（固定標本特性）であって、小標本でも成り立つ性質である。しかし、計量経済学ではモデルの想定の仕事次第では、この小標本特性すら確保できず、標本数を無限に大きくとれば未知パラメータに一致するという大標本特性のみに依拠することもしばしばである。このように、データの質を考えれば、大変強引な試みであり、統計調査の結果である経済統計データに、くり返し実験（推定）を前提にした方法が何故適用しうるのかが問われたのは、むしろ当然のことであった³⁾。

(3) 確率の主観的解釈とベイズ推定

こうして、種々の批判を受けながらも計量経済学における確率利用では、くり返し実験が前提され、確率の定義としては頻度論的確率が用いられてきた。そして、方法論的には、そのことが大きな弱点となっていた。これにたいし、ベイズ推定では確率の頻度的定義は退けられ、主観確率に基づき理論構築がなされることになる。ただし、主観確率といっても、思い付きでの確率ということではなく、そこでは、第1に、確率に関するコルモゴロフの公理系を満たすことが要求され、第2に、個別分野での諸知識が要求される。そして、その上で、合理的主体の確信の度合として確率が定義されることになる。ただし、公理体系として維持しようとすることへの強度、また、個別分野での諸知識の生かし方をめぐり、この主観確率の定義に関して

3) これは、J・M・ケインズによって、また、わが国の社会統計学者によって問われてきた点である。

も種々の意見の違いが存在している⁴⁾。

ともあれ、主観確率の定義に従うと、上記のベイズの定理は次のように解釈される。すなわち、 $P(\theta)$ は、いかなる統計データも与えられていない段階での、未知パラメータ θ に関する主観確率をあらわし、これを事前分布とよぶ。他方、統計データが得られた段階では、この主観確率は修正されることになり、これを事後分布とよび、 $P(\theta | x)$ で表す。そうすると、 $P(x)$ は未知パラメータ θ に関りない確率分布であるから、ベイズの定理は、 $P(\theta | x) \propto P(x | \theta) \cdot P(\theta)$ と表わされる。

ここに、 $P(x | \theta)$ は、未知パラメータ θ のもとでの観察値の実現確率であるから、これを当該実現値の下での未知パラメータ θ の関数とみなしたものが尤度ということになる。したがって、ベイズの定理は次のように表わされる。ただし、記号 \propto は、比例関係を示している。

$$\text{事後確率} \propto \text{事前確率} \times \text{尤度}$$

こうして、未知パラメータ θ （事後分布）は、まず、主観確率としての事前確率を定め、その上で、観察データでそれを修正する（尤度を乗ずる）ことによってえられるものとなる。

むろん、事前確率の設定は簡単ではない。そのため、事前確率を与える根拠が見い出せない場合は、等確率ないし一様分布を仮定することが一つの基準とされている。これを不十分理由の原理（principle of insufficient reason）という⁵⁾。通常の回帰パラメータの推定などは、この原理を適用した場合と結果が一致することに注意しておきたい。

問題は、計量経済モデルのパラメータ推定においてこうした推定原理がどのような意味で必要となるかである。この点を考えるため、標本理論的アプローチが計量経済学においてどのように導入され、どのような役割を果たしてきたか。また、その展開過程で、モデルビルディングの方法にどのような変容をもたらしてきたかを振り返っておきたい。

II. 計量分析への確率的手法の導入

(1) 計量経済学の成立と認定の問題

計量経済学的手法といえは、今日ではその多くが確率論に基づいて定式化されている。その

4) ベイズ推定においては、合理的主体の確信の度合として確率（事前分布）を定義するものの、実際の適用の場面では推論の主体が必ずしも合理的個人であることを保証しえないため、事前分布に何らかの客観性を付与しようとする志向にしばしばまわりつかれてきた。そこで、そうした志向が種々の混乱を生む原因であるとして、情報抽出の道具としてベイズ方式をとらえ、それがどれだけ広く用いられたかによってその客観性を示そうとする立場が現れることになる。いわゆる赤池の情報量基準(AIC)の立場である。

赤池弘次「事前分布の選択とその応用」、鈴木雪夫・国友直人編『ベイズ推定とその応用』第3章、東京大学出版、1989年

5) この点は次で詳細に論じられた。

H. Jeffreys, *Theory of Probability*, 1948.

ため、計量経済学を計量経済学たらしめるのは確率論の利用にあるとする理解もあるが、そもそも、計量経済学の生まれた30年代はじめには、まだ推測統計学は確立しておらず、その成立後10年ほどの間は、記述統計学の手法で計量経済モデルの計測が行われてきた⁶⁾。しかし、だからといって、そこで計量経済学が成立していなかったということにはならない。問題は、その展開過程で確率的手法がなにゆえ必要となり、また、どのような位置付けで確率的アプローチに依拠するようになったかである。

単一方程式モデルとしての多元回帰モデルに確率分布を仮定するのは、今日ではごくあたり前の試みとなっているが、当初は必ずしもそうでなかった。計量経済学に確率的手法が導入されたのは、40年代の半ばである。ただし、それは、それまで計測が試みられてきた単一方程式モデルにおいてではなく、新たに考案された同時連立方程式モデルにおいてであった。なにゆえ、同時連立方程式モデルから確率変数の導入が試みられたのであろうか。

10年代から20年代にかけては、需給曲線を中心とする単純回帰モデルの計測が、そして、30年代には多元回帰モデルの計測が試みられてきた。こうした中で、推測統計学が確立されたということになれば、それまでの計測例に真っ先にその理論を適用するはずであるが、実際にはそうはならなかった。というのは、単一方程式モデルであると、そこでの確率的仮定が統計データと直接突き合わされることになり、その妥当性の検証がただちに問題になるからである。すなわち、経済データの場合、そうした吟味には必ずしも耐えられないと考えられたわけである。その意味で、当初は確率的手法の適用条件がそれなりに考慮されていたとも考えられる⁷⁾。

他方、当時、計量経済学は、2つの大きな問題の克服を迫られていた。第1は、認定問題である。例えば、需給曲線のように複数の関係式の交点で現実の統計データを説明しようとする、仮に適合度の高い回帰式を導いたとしても、それだけでは、それが、需要曲線であるのか、供給曲線であるのか、あるいは、全く別の方程式であるのか判断できないことになる。理論式を計測するという立場をとるからには、この問題の解決は不可欠であった⁸⁾。そして、第2は、多重共線性の問題である。これは、多元回帰モデルにおいて、説明変数の全部または一部に高い相関があると、回帰パラメータが不安定になり、推定結果の信頼度が著しく低下するという

6) J・ネイマンがこの時期に行った推測統計学の啓蒙的レクチャーについては、次にまとめられている。これにより、ネイマン・ピアソン流の標本理論が当時どの程度の浸透状況にあったかがわかる。

Neyman, J., *Lecture and Conference on Mathematical Statistics*, 1934.

7) 確率的手法の適用条件を満たす工夫がなされるということではなく、それが満たされないことを無視しない方法論的構築が試みられたということである。この点は、T・ハーヴェルモの次の論文を参照されたい。

Haavelmo, T., "Probability Approach in Econometrics", *Econometrica*, Vol.12, Supplement, 1934. (『計量経済学における確率的接近法』山田勇訳、一橋大学研究叢書、1955年)。

8) 認定問題とは、H・ムーアが回帰法を用いて正の傾斜をもつ需要曲線を導いたことに、R・レーフェルトが疑問を呈したことを契機とするもので、計量経済学はこの解決をめぐる様々な方法論的展開をみせてきた。

問題で、この解決も急務とされていた⁹⁾。

(2) 同時方程式モデルへの展開

こうして、この両者の同時解決を試みたのが、同時連立方程式アプローチであった。この方法では、多重共線性の発生は説明変数間に別の関係式が合流したためであると考え、それを分離し、複数の関係式の同時推定を試みるのである。そして、そうすることによって、認定問題も解決できるとした。例えば、需給曲線の場合であれば、両者を同時に推定することによって、いずれが需要曲線で、いずれが供給曲線であるかをはっきりさせるようにしたのである。

ただし、そのためにはモデル構築上の新たな枠組みが必要であった。そのために導入されたのが、内生変数、外生変数という変数区分であり、構造方程式、誘導型方程式という方程式の区分である。誘導型方程式体系とは、構造方程式体系（原モデル）を内生変数に関して解くことによってえられる方程式体系で、当初は、これは構造方程式のパラメータを推定する手段でもあった¹⁰⁾。

ともあれ、こうした枠組みでモデルが構築され、ここに、はじめて、誤差項として確率変数が導入され、その同時確率分布が仮定されたのである。その分布パラメータとしては、平均0、分散一定、時間的相互独立性が仮定され、この仮定の下で、未知パラメータの推定が試みられることになった。推定にあたっての考え方は、えられたデータが実現値として最大確率を持つように未知パラメータを定めるという、いわゆる最大尤度法（最尤法）の適用である。ここでは、モデルの妥当性は前提され、確率分布の仮定についてもその妥当性が前提される。これは、その上ではじめて構成できる推定論理である。

ところで、最尤法といっても、モデルが多少とも大きくなると計算が著しく困難になる。そこで、実際には、より簡便な誘導型法が用いられた。これは、誘導型方程式に最小二乗法を適用した最小二乗推定値をもとめ、それを変数変換することによって、構造パラメータの推定値を求めるという方法で、これであると、不偏性や最小分散性は確保できないものの、大標本特性である一致性は確保できるので、適切な推定方式であると考えられた。この一致性とは、元来、最尤法の良さを根拠づけるために注目された推定特性であって、標本数が無限に多くなれば、この推定量による推定値は真値に限りなく近づくという性質である。

Moor, H., *Economic Cycles ; Their Law and Cause*, 1914. Lehfeldt, R. A., "Reviews", *Economic Journal*, 1915.

9) この解決にまず取り組んだのが、計量経済学会創立の立役者であるR・フリッシュであった。

Frish, R., *Statistical Confuluense Analysis by Means of Complete Regression Systems*, 1934.

10) この点は、同時方程式モデルの提唱論文である次を参照されたい。

Haavelmo, T., "The Statistical Implecation of a System of Simultaneous Equations", *Econometrica*, Vol. 11, No.1, 1943.

(3) 確率的手法導入の意味

では、有限のデータにたいして、こうした大標本特性が適用できると考えた理由は何か。そして、そもそも同時確率分布が仮定できると考えた理由は何か。むしろ、確率分布についての新たな経験的根拠がここで見出されたわけではない。そうではなく、ここで計量モデルの位置づけについて新しい考え方が打ち出されたということである。すなわち、モデルも、誤差項の確率分布も、その妥当性を前提し、それらと統計データが矛盾しないモデルを確定できればよしとする計測観がとられることになったのである。いうなれば、主観の側での現実説明の一手段として計量経済モデルが位置づけられ、そうすることで方法論的に首尾一貫させることが試みられたのである。

これがホーヴェルモによる認定問題の解決であった。複数の関係式の妥当性を前提し、そのパラメータを同時に確定することによって、理論式の計測が達成されたとみなすのである。そして、パラメータの一義的確定の手段として確率変数が導入されたのである¹¹⁾。したがって、そこでは確率分布の仮定が現実妥当性をもつかどうかより、むしろ、その仮定が統計データによって覆されないことが大事であった。確率変数の導入が、同時方程式モデルからであった理由はこうした点にある。すなわち、同時方程式モデルにおける確率分布の仮定であると、統計データを直接突き合わせてその妥当性を検証することが困難であるかわりに、逆に、それを統計データで覆すこともできないからである。

Ⅲ. 回帰診断への展開

(1) モデルの実用化

計量経済モデルの位置づけが以上になると、モデルが適切であるかどうかは、未知パラメータが一義的に定められるかどうかにかかってくることになる。同時方程式モデルにおける認定問題が、誘導型パラメータの個数と構造パラメータの個数との間の関係としてとらえられ、理論式の認定の条件が構造パラメータが一義的に確定できるかどうかにあるとされたのはこうした事情による¹²⁾。そして、こうした計測観がとられると、異なるモデルの優劣を比較す

11) 推定基準として大標本特性を採用したことがこのことを何よりも端的に物語っている。小標本を特徴とする経済データに大標本特性を適用するのは、パラメータの推定値を一義的に確定する共通のルールとして大標本特性を用いるようなもので、それを何か真のパラメータ値にたいする最良推定の基準であるかのようにとらえることは誤っている。それは、現実を説明するための一つのルールとして用いられていると解すべきである。

12) 認定問題については、次においてパラメータの個数間の関係として整理され、それ以後、変数の理論的規定とは無関係に適度認定、過剰認定、認定不能ということが論じられるようになる。

Koopmans, T., "Identification Problems in Econometric Model Construction", *Econometrica*, Vol.17, No.2, 1949.

ることはそもそも意味をもたないことになる。なぜなら、それは主観の側での現実説明の一種であり、そうした説明はいく通りもありうるからである。

ただし、計量経済学においてこうした計測観が純粹に成立したのは、ほんの一瞬であった。現状解釈のモデルとして考案された同時連立方程式モデルは、50年代に入ると、予測やシミュレーションのためのモデルとして位置づけが変えられていった。また、誘導型方程式についても、構造パラメータを推定する手段から、予測方程式へと位置づけが変えられていった。そして、それにともない、一致推定値の確保を前提に、情報制限最尤法、二段階最小二乗法、三段階最小二乗法などのより簡便な方法が考案され、誘導型方程式ではなく、構造方程式それ自体を基本にパラメータの推定がなされることになった¹³⁾。こうして、これらの方法で構造パラメータを推定し、それから導かれた誘導型方程式で予測やシミュレーションを行うようになったのである。

(2) モデルの優劣比較と大型化

そして、そうなるとう事情はかなり異なってくる。というのは、そうなるとう今度は予測成績その他によりモデルの優劣を比較せねばならなくなるからである。こうして、その評価基準として、平均平方誤差や不一致係数などの尺度が考案されることになった。ただし、同時方程式モデルを予測に用いるといっても、それは外生変数の予想値に基づく内生変数の条件付き予測である。したがって、この場合の予測成績は、まずは外生変数の予想にかかってくるが、仮に外生変数の予想がはずれたとしても、正しい値を後で与えることによって、モデルそのものの予測成績を事後的に調べるのが可能となる¹⁴⁾。こうして、モデル予測がはずれるたびに、モデ

Koopmans, T. C., H. Rubin and R. B. Leipnik, "Measuring Equation System of Dynamic Economics", *Cowles Commission Monograph No.10*, 1950.

- 13) Anderson, T. W. and H. Rubin, "Estimation of the Parameters of Single Equation in a Complete System of Stochastic Equations", *Annals of Mathematical Statistics*, 1949. Theile, H., *Economic Forecasts and Policy*, 1958. (『経済の予測と政策』岡本哲治訳, 創文社, 1964年)

Theil, H. and A. Zellner, "Three-Stage Least Squares : Simultaneous Estimation of Simultaneous Equations", *Econometrica*, Vol.30, No.1, 1962.

- 14) モデル予測においては、まず第一に、外生変数の予想が狂ってしまうことが多い。そこで、外生変数の予想が適切でありさえすればモデルの予測値は正しかったはずであるとし、モデル予測の失敗を外生変数の予想の誤りに帰すことによってモデルの適切性を示そうとする志向がかつては強かった。例えば、わが国の経済審議会・計量委員会の初期の『報告』がそうである。しかし、このことは、逆にいえば、外生変数に正しい値を事後的に与えてなおかつ予測成績が悪いようなモデルは作り直さねばならないということでもある。

モデルの大型化は、こうした予測重視という流れの中で進んできた。そのプロセスについては次を参照されたい。

菊地進「同時方程式モデルとその計測方法の展開について」、『立教経済学研究』, 第36巻第2号, 1982年。

ルを作成し直すという際限ない循環に入っていくこととなったのである。

では、モデルはどのように作成し直されていったのか。その基本は、第1に、外生変数を内生化することであり、第2に、外生変数を追加することである。こうして、再構築されたモデルの予測成績がなおも芳しくないということになると、同じことが繰り返され、モデルは大型化の一途をたどらざるをえなくなったのである。さらにまた、モデル式の多くを産業部門別にディスアグリゲートし、産業連関モデルとのリンクを追求したことも、大型化が進む大きな要因となった。さて、そうなる問題は、モデルの見直し、大型化に際し、追加的説明変数がどのように選択されていったかである。

(3) 直接最小二乗法の復活と回帰診断

同時方程式モデルでは、個々の構造方程式に直接最小二乗回帰法を適用しても、不偏推定値も一致推定値も行うことができない。このことから、直接最小二乗法による推定は、偏った結果を与えることになると見なされてきた。しかし、追加的説明変数の選択ということになると、個々の方程式を単一方程式モデルとみなし、多元回帰の方法を適用していく以外ない。そこで、実際には、多元回帰の方法で変数の追加を吟味し、その選定が決まった段階で、同時方程式モデルの推定法を適用してパラメータを推定し、同時方程式モデルとしての枠組みは堅持するという方法がとられてきたのである。二段最小二乗法や三段階最小二乗法が考案された背景には、こうした事情がある。というのは、これらであると、構造パラメータの推定結果が、直接最小二乗法を適用した結果に比較的近くなり、説明変数追加の際の基準とある程度整合的になるように思われたからである。

こうして、徐々に直接最小二乗法が復活してくることになった¹⁵⁾。そして、何よりもこうした方向を決定づけたのが、モデルの大型化であった。というのは、モデルを何度も見直し、苦勞して大型モデルをつくり上げても、予測成績が一向に向上しないということになると、実質的に直接最小二乗法を使ってモデル作りをしておきながら、推定の段でのみ同時方程式モデル推定法を用いるという操作が極めて無意味な試みと思われるからである。

70年代のはじめまでは、各種推定法の良否をめぐる、数多くの議論が展開されてきた。しかし、今日では、それがうそのように静まり返り、同時方程式モデルであっても、個々の方程式に直接最小二乗法（単純最小二乗法）を適用してすませることの方が多くなっている。そして、

15) F・V・ウオーは、複雑な推定法を用いるのではなく、直接最小二乗法でよしとする意見を直載に展開した。ただ最小二乗法を重視するという点では、H・ウォルドによる逐次モデルの方がより徹底していた。そこでは、最小二乗法が順次適用可能なようにモデル構築の段階で一定の条件が課された。

Waugh, F.V., "The Place of Least Squares in Econometrics", *Econometrica*, Vol.28, No.4, 1960.

Wold, H., *Demand Analysis ; A Study in Econometrics*, 1952. (『需要分析』森田優三監訳, 春秋社, 1961年。)

そうしても特に問題視されることもなくなった。これは、むしろ、そうすることで、説明変数選択の基準とパラメータ推定の基準とが整合的になり、方法論的にすっきりすると考えられるからである。だが、そうなると、個々の方程式は単一方程式モデルとしても自律的に機能するものとみななければならなくなり、モデルの諸前提により一層の責任をもたなければならなくなる。こうして、80年代に入り、回帰診断が重視されるようになってきたのである¹⁶⁾。

回帰診断とは、一般に回帰式の諸前提にたいする検定をさし、大きくは、誤差項の諸前提に対する検定と、回帰式の定式化にたいする検定に分けられる。そして、前者は、さらに、系列相関に関する検定、分散の均一性に関する検定、正規性（確率分布の型）に関する検定に分けられる¹⁷⁾。その詳細をここで扱う余裕はないが、経済データにおける回帰診断の場合、重要なことは、それらの仮定に大きく抵触するようなデータの動き、ないし残差の動きを発見し、そうしたデータを除去するか、それができなければモデルを作り直すことが、診断に対する対処の基本となるという点である。したがって、回帰診断をクリアーしたとしても、そこで、確率的仮定の妥当性が積極的に証明されるわけでも、モデル式の妥当性が証明されるわけでもけっしてないということに注意しなければならない¹⁸⁾。計量経済学においては、確率的仮定の根拠について、別途補強の道を考える以外ないのである。

IV. 時系列解析の復位

(1) ラグ付き変数の導入と多変数自己回帰モデル

モデルの大型化は、直接最小二乗法の復活をもたらしただけでなく、さらには、時系列モデルの計量経済学への導入をも促した。というのは、莫大な資金を投じて作られた大型モデルの予測成績が、単純な時系列モデルより劣るということが明らかになると、時系列モデルをかつての時系列解析のように「理論なき計測」として退けるだけでは済まされなくなるからである。ただし、それを実際に容認していくには、さらにいくつかの議論が必要であった。

時系列モデルの特徴は、時間の遅れのある変数を説明変数として用いるところにあるが、そうした方式は、同時方程式モデルの大型化の過程ですでに導入されていた。すなわち、ラグ付き内生変数の導入である。これは、内生変数の何期か前の値を変数とするもので、同時方程式

16) 回帰診断の研究は次を契機としている。

Belsley, D.A., E.Kuh and R.E.Welsh, *Regression Diagnostics*, 1980.

17) 回帰診断については次を参照されたい。

森棟公夫, 坂野慎哉「計量経済学における回帰診断」, 『日本統計学会誌』, 第22巻第3号, 1993年。
 蓑谷千風彦『計量経済学の新しい展開』, 多賀出版, 1992年。

18) 管理実験の結果と統計調査の結果とでは、データの性質はまったく異なる。ここにおいて回帰診断が必要になるということは、本来の適用領域ではないところに回帰法が適用されているからであり、診断結果の評価に際しても常にこのことが踏まれられねばならない。

モデルの推定論においては、外生変数と同様の役割を果たし、両者をあわせて先決変数とよんできた。同時方程式モデルにおいてこうしたラグ付き変数が導入されたのは、個々の方程式の適合度を高めるように変数を選択した結果である。だが、そのことがモデル作成の形式的枠組みを大きく広げることになり、ひいては、時系列モデル容認への道を開くことになるのである。

ラグ付き内生変数を導入した場合、同時方程式モデルは次のように定式化される。

$$y'_t B + x'_t \Gamma = u_t \quad t=1, 2, \dots, n$$

ここに、 y_t ；同時従属変数（当期の内生変数）のベクトル、 x_t ；先決変数のベクトル、 B 、 Γ ；係数パラメータの行列、 u_t ；誤差項のベクトル

ところで、内生変数にラグ付き変数が導入されると、外生変数、誤差項についてもそうする必要が考えられる。かくして、同時方程式モデルは、より一般的に次のように定式化されるべきであると見なされる。これは、自己回帰モデルの多変数版ということで、多変数自己回帰モデルとよばれる。

$$A_0 Y_t + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_m Y_{t-m} = B_0 X_t + B_1 X_{t-1} + \dots + B_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

$$R_0 \varepsilon_t + R_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + R_r \varepsilon_{t-r} = u_t$$

ここに、 Y_t ；内生変数のベクトル、 X_t ；外生変数のベクトル、

ε_t 、 u_t ；誤差項のベクトル、 A_j 、 B_j 、 R_j ；係数パラメータの行列

（２）ルーカス批判と時系列モデルの容認

では、同時方程式モデルをこのようにより一般的な形で定式化するとどうなるであろうか。通常のマクロ計量モデルであれば、ラグをここまで一般化すると、およそ計測は不可能となる。だが、こうした一般的定式化の立場からすると、従来の同時方程式モデルは、係数パラメータ（ A_j 、 B_j 、 R_j の要素）の多くをアприオリにゼロと仮定してモデルの推定を行っており、そうした仮定をおく根拠は一体どこにあるのかという点が問題になる。いわゆるルーカス批判である¹⁹⁾。これは、理論的にも経験的にも簡単に結論のだせる問題ではなく、したがって、計量経済学としては上記の一般的定式化については容認し、その上で、実践的にそれを推定可能とするような方法をも包含していくという方向をとる以外なくなるのである。

19) ルーカス批判とは、それまでのケインジアン・モデルが経済主体の期待形成をモデルに陽表的に取り込むことをしなかったため、政策効果のフィードバック関係が捉えられないという指摘として理解されているが、この批判の出発点には、いわゆるゼロ制約の仮定にたいする批判がある。

Lucas, R.E. and T.J.Sargent, "After Keynesian Macroeconomics", *Federal Research Bank of Boston*, Conferens Series No.19, 1978.

すなわち、一方では、従来通り、係数パラメータの多くをゼロと仮定してモデル推定を行うことを重視し、他方では、多変数自己回帰モデルが推定可能となるように、変数を限定した自己回帰モデルも計量モデルとして容認していくということになるのである。こうして、いわゆる時系列モデルが計量経済学の方法の一翼を担うことになった。いうなれば、形を変えての時系列解析の復位と見ることができる²⁰⁾。

(3) 定常性の仮定の意味

時系列モデルを含む時系列解析の展開についてここでその全体をみる余裕はないため、ここでは、時系列モデルの確率的仮定に限定し、その特徴を見るに止めたい。通常的回帰モデルの場合、誤差項には系列相関がないものとしてパラメータの推定を押し進めるが、時系列モデルを考えるようになると、その系列相関が大きな問題となる。この場合、誤差項について一定の確率過程が想定され、えられたデータ系列はそこからの一標本と見なされることになる。そして、そうした仮定のもとで、自己回帰モデルのパラメータを推定するのである。ただし、それが一定の推定特性(大標本特性)をもつためには、時間差を同一にとった共分散は時点にかかわらず一定であるという定常性の仮定が必要となる。そこで、この定常性については無条件に前定するか、あるいは、原データに階差をとるなど加工を施すことによって定常性が実現できたものとして、推定することが必要となってくる。またデータ系列が定常的であるかどうかを調べるためにユニットルートの検定が行われることもある²¹⁾。

しかし、そもそも、自己共分散が時点にかかわらず一定であるとする仮定が、どれほどの現実妥当性をもつのか。また、何度も階差をとりオリジナルな姿が失われてしまうにもかかわらず、あえて定常性を追求しようとするにどれほどの現実的意味があるのか。さらには、そうした操作を施した上でようやく獲得できる仮定のもとでの推定量の良さといっても、多くの場合、大標本特性に過ぎず、基本的に小標本を特徴とする経済データにとっての有意性はなおのこと見出し難い。こうして、時系列モデルにおける確率的仮定は、通常的回帰モデルの場合よりも一層現実的根拠が疑わしいものとなるのである。

V. ベイズ推定の役割

(1) 確率的仮定の補強

単一方程式モデルとしての多元回帰モデルにおいては、確率的仮定について回帰診断が試み

20) 時系列解析の復位にいたる展開については、次を参照されたい。

菊地進「計量経済モデル分析における時系列解析の復位」、『立教経済学研究』、第48巻第3号、1995。

21) 時系列解析の近年の動向については、注17の文献および次を参照されたい。

田中勝人「経済学における時系列分析」、『日本統計学会誌』、第22巻第3号、1993年。

られ、データがそうした仮定を大きく覆すことのないようなモデル作りが行われる。この点は時系列モデルにおいてもしかりである。では、その確率的仮定そのものの根拠についてはどうか。多元回帰モデルでも、時系列モデルでも、パラメータの推定に際しては、一定の推定特性をもつ推定値が選ばれる。そして、その特性は、くり返しの推定において良さを発揮する特性である。では、くり返しの推定が不可能な経済データにたいして、そうした基準を適用しうると考える理由は何か。モデルの確率的仮定（客観確率）が本当に成り立つと考えてのことであるだろうか。

誤差項の確率分布を正規分布と仮定する根拠は、通常、中心極限定理に求められる。すなわち、誤差項は多数の偶然的要因より成り立っていると考え、それらの一つ一つを確率変数と仮定すると、その和の極限分布が正規分布になるはずだから、誤差項は正規分布に従うはずだというわけである。しかし、誤差項は、実際には一定の関数型に特定化されたモデルの残差として決まってくるのであって、そこに中心極限定理が適用可能となる世界が開けている保証はない。この点が曖昧なまま、それが成り立つものとして、パラメータの推定、検定が行われてきたのである。

経済データの質を考えれば、客観確率（頻度分布）がその本来の意味で仮定できないのは明らかであって、計量経済モデルにおける確率的仮定は、パラメータの推定を可能とするための一種の方法的仮定である。そして、そうであれば、そのことを方法論的に明確にしておく必要がある。こうして、計量経済モデルの確率的仮定の基礎を補強するものとして、主観確率が位置づけられ、ベイズ推定が注目されることになるのである。

（２）事前分布確定の困難性

1回限りの推定において確率的評価をしなければならないときに、それを主観確率として定義できるならば、方法論的に明快な推定論理を構築することができる。これが、心理学その他、管理実験のデータがえられない分野でベイズ統計学が注目されている理由である。そして、その限りでいえば、計量経済学においても同様である。ただし、確率を主観的に定義することで、入口部分が方法論的にすっきりすればそれですむということではない。

ベイズ推定の困難性は、何よりも事前分布の確定にある。そこにおいては、各分野での既存の知識を十分活用して確定することが期待される。しかし、実際にはそれは容易なことではない。それに、何らかの形で事前分布の式を導いたとしても、それに尤度を乗じて、事後分布の式を導かねばならない。このとき、事前分布の式が複雑であると、このプロセスは一層複雑になる。こうした点が、必ずしもベイズ推定が支配的にならない理由である。

だが、不十分理由の原理により、事前分布として一様分布を仮定したとき、その推定結果が、従来の標本理論的アプローチによる推定結果と同じになるということになれば、ベイズ推定は、標本理論をその内を含むより一般的な方法ではないかと解されることにもなる。

おわりに

同時方程式アプローチの確立以降、計量経済モデルは、同時方程式モデルとして構築され、そのパラメータの推定も同時方程式推定法を用いるべきであるとされてきた。ところがモデルが大型化するにつれ、こうした推定論上の要請はほとんど無視されるようになり、パラメータの推定も通常の最小二乗回帰法ですまされるようになる。そして、むしろそうになってからの方がモデルの誤差項により関心が寄せられるようになってきた。回帰診断が試みられたのも、そうした延長線上にあった。そこでは、誤差項におかれる確立的仮定の妥当性が問題にされた。また、誤差項の系列相関を積極的にモデルに取り込む過程で、時系列モデルも取り上げられるようになった。

こうして、誤差項にますます多くの関心が寄せられることになるが、扱うデータが管理実験の結果ではなく、一種の社会的実践である統計調査の結果であるため、誤差項の確率的仮定の妥当性を経験的に証明することは困難である。そこで、さらにそうした仮定を置くことを方法論的に首尾一貫させようとするれば、それを主観確率で定義し、その上で、事前分布を確定し、それをデータで修正することで事後分布を求めていくという方法をとらせざるをえなくなるのである。計量経済モデル分析においてベイズ推定が注目されるゆえんである。

ところで、計量経済学は、measurement without theoryを退け、measurement with theoryとしてスタートを切った。しかし、その後の展開をみる限り、ここでのtheoryが経済理論であったとは考え難い。というのは、マクロ計量モデルが隆盛し、モデルが大型化する過程で計量経済学が示したのは、変数の理論的規定を問題にするよりも、むしろ、データへの形式的適合度を重視する姿勢であったからである。その限りではデータに虚心に聞くことを重視する時系列解析法と何ら変わることはない。そして、そうであるがゆえに、計量経済学は時系列モデルを許容することになったのである。

そうなると、先ほどの theory とは何か。それは、しいていえば、パラメータの安定性についての仮設と実際の統計データとをつなぐ統計的方法についての理論ということになる。だが、その結合に原理的な困難さがあるため、その統計的方法についても複雑な構造が必要となり、その全体として計量経済学の理論が定義されることになる。そして、そこにおいては、回帰分析の理論のみならず、時系列解析の理論、ベイズ推定の理論のいずれもが、それぞれの適用限界を補う形でそれぞれの位置を占めることになる。こうした諸関係を明らかにすることが、とりまなおさず計量経済学を根底からとらえることになる。