公共財の最適供給

——MDP Procedure の誕生から成熟まで——

佐　藤　公　敏

I. 序

1.1.　社会には複数の個人が存在し，利害対立が不可避であるような状況がいくらでも存在するので，人々が自発的に正直な行動を採るよう促し，人々にとって望ましい帰結に導くには，いかなる経済システムをデザインすべきかが重要なテーマとなる。1970年代に入り，とりわけ公共財，外部性，収穫逓増，不確実性等の存在する，いわゆる《非古典的環境》における資源配分メカニズムのデザインの研究が精力的になされてきた。本研究では公共財経済に議論を限定し，共同消費を行う公共財の最適供給のための計画的数量調整プロセスとしての MDP Procedure と，それに参加する個別経済主体(消費者)のインセンティヴの問題を分析的に展望する。これは《戦略耐性(strategy proofness)》もしくは《誘因両立性(incentive compatibility)》の問題である。

資源配分メカニズムのインセンティヴ特性の研究は，近年における公共経済学の一つの焦点であり，公共財の最適供給メカニズムに関してこの問題は以下のように要約される。即ち，メカニズムに参加する個別経済主体が，メカニズムのルールのもたらす帰結を自分に有利に歪曲しようとして，自己の選好に関する私的情報を故意に不真実表示(misrepresent)するインセンティヴを持つ可能性があるということである。いわゆるこれは《ただのり問題(free rider problem)》であって，公共財の等量消費性ならびに非排除性という特質のゆえに，その費用負担をせずに，便益のみを享受しようとする個人のみが持つ私的な不可視情報をいかにして顕在化させるか，すなわち，真の選好表明を促すメカニズムの設計可能性が重要な理論的テーマとなった。

1.2.　ここで，ある偶然の一致を記そう。それは1969年の Econometric Society Brussels Meetingで起こった。Malinvaud(1970-1971)と，Drèze and de la Vallée Poussin(1971)は，公共財の最適供給のための計画的模索過程(planning tâtonnement process)を各々独自に発表したが，彼らの公共財調整関数は，公共財の最適供給のための Samuelson 条件を動学化したもので，両者の分析の類似性のため，このプロセスは設計者達の名を関して《MDP Procedure》と呼び慣わされるようになり，この分野における嚆矢となった。

この領域の研究は，いくつかの難問を残しているとは言え，既に頂点に達していると言っても過言ではない。奇しくも2001年は上記の2論文が公刊されて丁度30年目であり，この時期に展望を行うことは時宜に叶い，また多少なりともこの分野で研究を行ってきた筆者の義務でもあると判断されるので，可能な限り分かりやすく，分析的かつ教育的配慮をも加えた展望を行いたい。

公共財の最適供給メカニズムと個別経済主体のインセンティヴとの両立可能性(incentive compatibility)の問題はGame理論的枠組みで展開されてきたが，1971年に公刊された二つの貢献に先鞭をつけられたこの研究領域は，ここ30年のうちに著しい進歩を遂げた。Fujigaki and Sato(1981, 1982)は，規範的諸条件—実行可能性(feasibility)，単調性(Monotonicity)，パレート効率性(Pareto Efficiency)，局所的戦略耐性(Local Strategy Proofness : LSP)—を達成する，公共財の連続的数量調整プロセスの特定化定理を提示した。しかしながら，同時にこの定理は，更にもう一つの規範的条件—中立性(Neutrality)—を含めた上記のすべての条件を満たす計画プロセスの非存在という，いわば不可能性定理を導き，そこからの脱出がこの分野での重要なテーマとなった。そのためSato(1983)は，上記のLSPという強い要請を緩め，代わりに真の選好(限界代替率)の総和とNash戦略の和が常に一致すると言う意味のAggregate Correct Revelation(ACR)という条件を導入することにより，公共財の決定関数がLSPの場合と同型に特定化され，同時に中立性をも回復しうることを示した。真実の選好表明が《集計》の形で得られる可能性を追求することと，MDP Procedureの選好表明に関する頑健性を示すことが目的であった。更に続いてChampsaur and Rochet(1983)は積分可能性のみの仮定の下で，Fujigaki and Sato(1981, 1982)，ならびにLaffont and Maskin(1983)を更に一般化して，LSPプロセスの族を特定化し，同時に局所的中立性(Local Neutrality)，ならびに大域的中立性(Global Neutrality)という新たな条件を導入することにより，上記の不可能性を回避しようとした。

1.3.　本稿は，このMDPプロセスの誕生から成熟までの理論的発展の軌跡を辿り，現在までの帰結の紹介を目的としている。この領域に関しては，Schoumaker(1977)，Tulkens(1978)，Laffont(1985, 1986)等のサーヴェイ論文があるが，プロセスのAlgorithmならびにGame Formの両面に議論の重点を置いて本稿では分析を展開する。われわれは近視眼(Myopia)の仮定の下に，連続的な計画的数量調整プロセスであるMDP Procedureを分析的に展望するが，オリジナルのMDP Procedureが搭載していなかった性能をも発揮しうるプロセスも紹介する。今回取り上げなかったテーマとしては，i）離散的プロセスの設計，ii）非近視眼的行動(Nonmyopia)の導入，iii）コアリションによる戦略的選好表明，iv）サンプリング・アプローチと情報コストの節約，v）経済主体の学習による戦略のソフィスティケーシ

ョン，vi）価格調整ならびに数量調整 LSP プロセスの双対性の問題等があるが，それらは稿を改めて議論したい[1)]。

論文の構成は以下の通りである。第Ⅱ節は本稿を通じて使用する基本モデルを叙述し，続く第Ⅲ節では MDP Procedure とその規範的条件を紹介する。Local Incentive Game を導入し，Game 理論の解概念にも言及し，第Ⅳ節では MDP Procedure の性能を吟味する。更に，MDP Procedure の非線形化の試みを述べ，一般化に関する新たな解釈を提示して性能を比較し，オリジナルな MDP Procedure との性能の差異をも論ずる。第Ⅴ節では，MDP Procedure に関する定理を列挙し，定理 9 には別証を与える。APPENDIX では，Mclure Box Diagram を用いて 2 人 2 財のケースのパレート効率性と MDP Procedure の作動を示すフローチャートを図解する。

Ⅱ．モデル

2.1． 記号

N 人の個人，複数の公共財 x^k, $k=1, \ldots, K \in \boldsymbol{K}$, ならびに私的財 y が存在する経済を考察する。ここで $\boldsymbol{K}$ は公共財の集合，$\boldsymbol{N}=\{1, \ldots, N\}$ を消費者の集合とし，個人 i の消費計画はベクトル $(x, y_i) \in \boldsymbol{R}_+^{K+1}$ で表され，選好は効用関数 $U_i: \boldsymbol{R}_+^{K+1} \to \boldsymbol{R}$ で表現される。個人の初期賦存量は私的財 $\omega_i > 0$ のみで構成され，それは numéraire として使用され，私的財の生産はないと仮定する。公共財の生産は転形関数 $g: \boldsymbol{R}_+ \to \boldsymbol{R}_+$ で表現され，$y=g(x)$ は，$x=(x^1, \ldots, x^K)$ を生産するために必要な最小の私的財である。$\gamma^k(x)=\partial g(x)/\partial x^k$, $k=1, \ldots, K$, は各公共財と私的財間の限界転形率（marginal rate of transformation : MRT）であり，計画センターに知られていると仮定する。最適配分の任務を遂行すべく，センターは各消費者に各公共財と私的財間の限界代替率（marginal rate of substitution : MRS）の報告を要求するが，その定義は以下の通りである。

$$\pi_i^k(x, y_i)=\frac{\partial U_i(x, y_i)/\partial x^k}{\partial U_i(x, y_i)/\partial y_i}, \quad \forall i \in \boldsymbol{N}, \ \forall k \in \boldsymbol{K}$$

通常の議論と同様，われわれの分析は境界問題を回避して行う[2)]。

1）Sato(2001) は，可変的なステップ・サイズ，または調整ピッチの手法を用いて，連続プロセスと離散プロセスの折衷型の「区分線形化プロセス（Piecewise Linearized Process)」を設計し，インセンティヴ特性を吟味した。また Sato(1999)は，Gorman-Lancaster による《新消費者理論》の枠組みで，財を「属性(attributes)もしくは特性(characteristics)」の合成物と捉え，公共財的性質を持つ属性の最適調整のための MDP タイプの Procedure を設計し，その性能を調べた。

2）このテーマについては Sato(1996)を見よ。また，Campbell and Truchon(1988)ならびに Saijo (1990)をも参照せよ。

2.2. 仮定

仮定1　$\omega_i > 0$, $\forall i \in \boldsymbol{N}$, および $\sum_i \omega_i < \infty$ である。

仮定2　(i) 任意の個人 i にとり，$U_i(\cdot,\cdot)$ は strictly quasiconcave で，少なくとも2階連続的可微分である。(ii) すべての (x, y_i) に対して，$U_i^k(x, y_i) \equiv \partial U_i(x, y_i)/\partial x^k \geqq 0$, および $U_i^y(x, y_i) \equiv \partial U_i(x, y_i)/\partial y_i > 0$ である。(iii) $\partial U_i(x, 0)/\partial x^k = 0$, $\forall k \in \boldsymbol{K}$, である。

仮定3　$g(x)$ は凸かつ2階連続的可微分で，$\partial g(0)/\partial x^k = \gamma^k(0) = 0$, $\forall k \in \boldsymbol{K}$, である。

2.3. 定義

定義1　配分 z は実行可能(feasible)である。

$$z \in \boldsymbol{Z} = \left\{(x, y_i, \ldots, y_N) \in \boldsymbol{R}_+^{K+N} \mid \sum_i y_i + g(x) = \sum_i \omega_i\right\}$$

定義2　配分zは個別合理的(individually rational)である。

$$(\forall i \in \boldsymbol{N})\ [U_i(x, y_i) \geqq U_i(0, \omega_i)]$$

定義3　この経済の Pareto 最適は，以下を満たす配分 $z \in \boldsymbol{Z}$ の存在しない $z^* \in \boldsymbol{Z}$ である。

$$(\forall i \in \boldsymbol{N})\,[U_i(x, y_i) \geqq U_i(x^*, y_i^*)]\,.\,(\exists j \in \boldsymbol{N})\,[U_j(x, y_j) > U_j(x^*, y_j^*)]$$

上記の定義により，次の補助定理が得られることが知られている。

補助定理1　任意の配分 $z \in \boldsymbol{Z}$ が Pareto 最適であるための必要十分条件は次式で表される[3)]。

$$(\forall k \in \boldsymbol{K})\left[\sum_i \pi_{ik}(x, y_i) \leqq \gamma_k(x),\ x_k\left(\sum_i \pi_{ik}(x, y_i) - \gamma_k(x)\right) = 0\right]$$

Ⅲ. MDP Procedure

3.1. 計画プロセス (PLanning Procedures)

計画プロセスとは計画理論的手法によってデザインされ，センターが資源配分の改訂をする際に使用するアルゴリズムで，力学系で定義づけられる。このアルゴリズムは個々の経済主体の選好および技術に関する情報 (MRS と MRT) によって作動し，資源配分の改訂がなされ最終配分を算定する。計画プロセスは情報空間から配分空間への mapping で次のように定式

---

3) 補助定理1は以下のようにも書ける。
実行可能配分 z が Pareto 最適であるための必要十分条件は，以下を満たす $\eta^k \leqq \gamma^k$, $\forall k \in \boldsymbol{K}$, ならびにベクトル $\upsilon_i \in [0, \pi_i] \subseteq \boldsymbol{R}^K$ が存在することである。
$$(\forall k \in \boldsymbol{K})\left[\sum_i \upsilon_i{}^k = \eta^k,\ (\gamma^k - \eta^k)\,x = 0\right].$$

化されるが，任意の時点（iteration）$t\in[0,\infty)$ において一般に次のように定義される。以下で X^k は公共財 k の，Y_i は個人 i の私的財の時間変化率である。

(3.1)　$dx^k/dt\equiv X^k(\phi^k(t))$,　if $x^k(t)>0$, $\forall k\in \boldsymbol{K}$

(3.2)　$dx^k/dt\equiv Max\,\{0,\ X^k(\phi^k(t))\}$, if $x^k(t)=0$, $\forall k\in \boldsymbol{K}$

(3.3)　$dy_i/dt\equiv Y_i(\phi(t))$

ここで $\phi^k(t)=(\phi_1^k(t),\ldots,\ \phi_N^k(t))\in \boldsymbol{R}_+^N$，ならびに $\phi(t)=(\phi_1(t),\ldots,\ \phi_N(t))\in \boldsymbol{R}_+^{NK}$ は，必ずしも真の選好と一致しない，時点 t に個人によってセンターに報告された MRS の値である。ここにインセンテイヴ問題の入りこむ余地が存在する。未在の公共財は減少不能なので，マイナスの方向への調整を排除するため，(3.2) では Max Operator を採用している。

Process P(G, T)

任意の時点 $t\in[0,\infty)$ において Fujigaki and Sato(1982)で定義された *Process* $P(G,\ T)$ は以下のように定義される。

(3.4)　$X^k(\phi^k(t))=G\left(\sum_i\phi_i^k(t)-\gamma_k(t)\right)$,　if　$x^k(t)>0$, $\forall k\in \boldsymbol{K}$

(3.5)　$X^k(\phi^k(t))=Max\{0,\ X^k(\phi^k(t))\}$,　if　$x^k(t)=0$, $\forall k\in \boldsymbol{K}$

(3.6)　$Y_i(\phi(t))=-\sum_k\phi_i^k(t)G\left(\sum_i\phi_i^k(t)-\gamma_k(t)\right)+T_i\left(\sum_i\phi_i^k(t)-\gamma^k(t)\right), \forall i\in \boldsymbol{N}$

ここで $G(\cdot)$ および $T_i(\cdot), \forall i\in \boldsymbol{N}$, は C^2 クラスの関数であり，これらの関数を特定化することにより，われわれは所望の Process を作り出すことができる。その一つとして以下に MDP Procedure を提示しよう。

MDP Procedure

任意の時点 $t\in[0,\ \infty)$ において，真の選好表明の下での MDP Procedure は以下のように定義されるが，見て明らかなように，これは *Process* $P(G,\ T)$族のメンバーである。

(3.7)　$X^k(t)=\sum_i\pi_i^k(t)-\gamma^k(t)$,　if $x^k(t)>0$, $\forall k\in \boldsymbol{K}$

(3.8)　$X^k(t)=Max\left\{0, \sum_i\pi_i^k(t)-\gamma^k(t)\right\}$,　if $x^k(t)=0$, $\forall k\in \boldsymbol{K}$

(3.9)　$Y_i(t)=-\sum_k\pi_i^k(t)X^k(t)+\delta_i\sum_k\left\{\sum_i\pi_i^k(t)-\gamma_k(t)\right\}X^k(t), \forall i\in \boldsymbol{N}$

ここで $\delta_i>0, \forall i\in \boldsymbol{N}$, および $\sum_i\delta_i=1$ である。

公共財の決定関数は Samuelson 条件の動学化であり，私的財の決定関数は個人 i の真の MRS，すなわち $\pi_i^k(t)$, 分配係数 δ_i，ならびに $X^k(t)$ とその 2 乗誤差に依存している。公

共財の増(減)に伴い，(3.9)の第1項はマイナスまたはプラスに変化するが，第2項は常に非負の値をとり，これが分配係数δ_iに従って分配される。この第2項の存在が，MDP Procedureに参加するインセンティヴを主体に与えることになる。主体が同一無差別曲線上に留まるためには，第1項のみで十分なことは明らかである[4)]。

3.2. Local Incentive Game

われわれの計画プロセスは二相を有し，上述のAlgorithmであると同時にGame Formとして捉えられ，この二面性がこの研究領域を非常に魅力的にしていると思われる。計画プロセスはそれを定義する力学系の解経路の各時点$t \in [0, \infty)$で主体によってプレイされるN人非協力ゲーム，すなわちlocal (incentive) gameのGame Formであり，ゲームのルールに導かれてプレイヤー達はゲームの解に到達する。"local" という形容詞は解経路の各時点で瞬時に展開される反復ゲームを表現するために付されている。このゲームは正規系ゲーム$(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{\Psi}, \boldsymbol{V})$として定義され，$\boldsymbol{N}$はプレイヤーの集合，$\boldsymbol{\Psi} = \times_{i \in N} \boldsymbol{\Psi}_i$はプレーヤーの戦略の積集合，ならびに$\boldsymbol{V}$は以下のように定義される，時点$t$における個人の利得関数である。すなわち

$$dU_i(\phi(t))/dt = \sum_k U_i^k X^k(\phi^k(t)) + U_i^y Y_i(\phi(t)) \tag{3.10}$$

と表現され，それは

$$V_i(\phi(t)) = \sum_k \pi_i^k X^k(\phi^k(t)) + Y_i(\phi(t)) \tag{3.11}$$

に比例する。この定式化の背後には次のようなプレイヤーの行動仮説があり，本稿を通じてこの仮定が置かれる。

近視眼（Myopia）の仮定：各プレイヤーは自分の利得，すなわち瞬時的効用増分，$V_i(\phi(t))$，を最大化するように各時点tにおいて自分にとって最良の戦略(best reply strategy)を決定する。

ここでGame理論の解概念を2つ導入する。

定義4 Nash均衡(*Nash Equilibrium*)とは戦略の組で，個人i以外の他のプレイヤーがϕ_{-i}を選択したときに，個人iの最良の反応はϕ_iを選択することである。形式的には任意の$i \in \boldsymbol{N}$,

4）MDP Procedureの非常に手際の良いダイジェストは，Laffont(1982)，Mukherji(1990)ならびにSalanié(1998)に見られる。更に，Von dem Hagen(1991)，Chander(1993)もMDP理論に興味深い貢献を加えているので参照されたい。Abdessalem(1997)は，排除可能性のある公共財のためのプロセスを提示し，そのインセンティヴ特性を吟味したが，結果はネガティヴであった。なお，Malinvaud(1972)のProcedureは価格・数量プロセスである。

任意の $k \in \boldsymbol{K}$ に対して

$$(\forall \phi_i \in \boldsymbol{\Psi}_i)\ [U_i(\phi_i, \phi_{-i}) \geqq U_i(\phi_i, \phi_{-i})]$$

であり，ここで $\phi_{-i} = (\phi_1, \dots, \phi_{i-1}, \phi_{i+1}, \dots, \phi_N) \in \boldsymbol{R}_+^{(N-1)K}$ である。

定義 5　任意の個人 $i \in \boldsymbol{N}$ にとって ϕ_i^* が dominant 戦略であるとは

$$(\forall \phi_i \in \boldsymbol{\Psi}_i)\ (\forall \phi_{-i} \in \boldsymbol{\Psi}_{-i})\ [U_i(\phi_i^*, \phi_{-i}) \geqq U_i(\phi_i, \phi_{-i})]$$

を満足する戦略をいう。ここで $\boldsymbol{\Psi}_{-i} = \times_{j \neq i} \boldsymbol{\Psi}_j$，ならびに $\phi_{-i} = (\phi_1, \dots, \phi_{i-1}, \phi_{i+1}, \dots, \phi_N) \in \boldsymbol{R}_+^{K(N-1)}$ である。

3．3．MDP Procedure の規範的条件

計画プロセスが望ましい性能を持ちうるために満足すべき諸条件を以下に列挙する。Fujigaki and Sato(1981)は，これらの条件を *Process* $P(G, T)$に課すことにより，公共財の連続的数量調整プロセスの特定化定理を提示した。

Axiom F（実行可能性：***Feasibility***）：$(\forall t \in [0, \infty))$

$$(\forall \phi \in \boldsymbol{R}_+^{NK}) \left[\sum\nolimits_i Y_i(\phi(t)) + \sum\nolimits_k X^k(\phi^k(t)) = 0\right].$$

Axiom M（単調性：***Monotonicity***）：$(\forall t \in [0, \infty))$

$$(\forall \phi \in \boldsymbol{R}_+^{NK})\ (\forall i \in \boldsymbol{N}) \left[V_i(\phi(t)) = \sum\nolimits_k \pi_i^k(t)\, X_k(\phi^k(t)) + Y_i(\phi^k(t)) \geqq 0\right].$$

Axiom PE（パレート効率性：***Pareto Efficiency***）：

$$(\forall \phi \in \boldsymbol{R}_+^{NK})\ (\forall k \in \boldsymbol{K}) \left[X^k(\phi^k(t)) = 0 \ \Leftrightarrow\ \sum\nolimits_i \phi_i^k(t) = \gamma^k(t)\right].$$

Axiom LSP（局所的戦略耐性：***Local Strategy Proofness***）：

$$(\forall \phi \in \boldsymbol{R}_+^{NK})\ (\forall \phi_{-i} \in \boldsymbol{R}_+^{(N-1)K})\ (\forall i \in \boldsymbol{N})\ (\forall t \in [0, \infty))$$

$$\Big[\sum\nolimits_k \pi_i^k(t)\, X^k(\pi_i^k(t), \phi_{-1}^k(t)) + Y_i(\pi_i(t), \phi_{-i}(t))$$

$$\geqq \sum\nolimits_k \pi_i^k(t)\, X^k(\phi^k(t)) + Y_i(\phi(t))\Big]$$

ここで $\pi_i = (\pi_1, \dots, \pi_N) \in \boldsymbol{R}_+^K$，ならびに $\phi_{-i}^k = (\phi_1^k, \dots, \phi_{i-1}^k, \phi_{i+1}^k, \dots, \phi_N^k) \in \boldsymbol{R}_+^{N-1}$ である。

これは実行可能配分（計画理論では「program」と言う）の集合内で，計画プロセスを定義づける動学体系の解が極限点に収束し，プロセスに参加するすべての個人の効用がその解経路

に沿って単調非減少であり，すべての個別合理的な Pareto 最適が，単調な計画プロセスによって達成できることを意味している。上記の諸公理は計画プロセスが望ましい outcome をもたらすための当然の要請と考えられる。

条件 PE は計画プロセスを通じてもたらされる究極的成果を規定する最終的条件である。*Process* $P(G, T)$は停留点を持ち，その点で配分は Pareto 効率的になっている。条件 F は任意の $t\in[0, \infty)$ に対して *Process* $P(G, T)$によって規定される配分が実行可能(feasible)であることを要請している。ゲームへの参加を常に主体に動機づけるためには，あらゆる時点において主体の効用が単調非減少的でなければならないが，それを保証するのが条件 M である。条件 LSP は，プロセスの各時点でプレイされる local incentive game $(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{\Psi}, \boldsymbol{V})$ において真の選好表明をする（すなわち π_i^k, $\forall i\in \boldsymbol{N}$, $\forall k\in \boldsymbol{K}$, を報告する）ことが，すべての時点でDominant 戦略であることを要求する。条件 LSP は，Laffont and Maskin(1983)に倣ってより厳密に，Strongly Locally Individually Incentive Compatibility(SLIIC)と言ってもよい。すべての個人が常に真実表明を自分の最善の戦略として採用する強いインセンティヴを持つのは，*Process* $P(G, T)$が条件 LSP ないしは SLIIC を満たすときである。Champsaur and Rochet (1983)は PE かつ LSP を満たすプロセスの族を特定化した。

ところで，資源配分の効率性の実現だけがわれわれの計画プロセスに与えられた基本的目標ではなく，分配の公平性(fairness)の実現がより一層重要な課題である。したがってプロセスは任意の Pareto 効率的配分を実現できるようなある種の自由度を備えているべきであり，Champsaur(1976)によって初めて提唱されてから，この規範的特性は，プロセスの中立性(Neutrality)と言われている。すなわち，任意の初期資源配分を所与とすると，計画センターは政策変数としての $\delta=(\delta_1, \dots, \delta_N)$ を適切に規定することによって，すべての個別合理的 Pareto 最適を達成しうる。したがって任意の分配上の価値判断から中立的である。厚生経済学の第2基本定理と中立性の相違は，前者では初期配分の任意の調整によりあらゆる Pareto 最適を達成できるのだが，後者は個別合理的 Pareto 最適にしか到達できないことである。このテーマは Sato(1996)が分析している。

Axiom N（中立性：***Neutrality***）：すべての Pareto 効率的な点 $z^*=z(\infty, \delta)\in \boldsymbol{Z}$ と初期条件 $z_0\in \boldsymbol{Z}$ に対し，δ ならびに z_0 からスタートする $z(t, \delta)$ が存在する。

中立性に関して次の定理が得られている。

定理 1 [Champsaur(1976), Cornet(1983)]. 仮定 1 ～ 3 の下で，すべての個別合理的 Pareto 最適 z^* に対して，MDP Procedure を定義する δ ならびに軌道 $z(\cdot):[0, \infty)\rightarrow \boldsymbol{Z}$ の中に，$U_i(z^*)=\lim_{t\rightarrow\infty}U_i(x(t), y_i(t)), \forall i\in \boldsymbol{N}$, を満たすものが存在する。したがって Axiom N が成立する。

Ⅳ．MDP Procedure の性能

4．1．Axiom F，M，および PE

Axiom F は満足されることが容易にチェックできる。というのは，MDP Procedure がフォーミュレイトされたときに既に利用されているからである。更に，Axiom M は真の選好表明の仮定の下で確認される。証明はオリジナルより簡潔にしてある。PE は定理 3（ii）で証明される。

定理 2 ［Drèze and de la Vallée Poussin(1971)］. *MDP Procedure* は任意の $\delta_i > 0,\ \forall i \in \boldsymbol{N}$，に対して M を満足する。

証明は単に次の事実から与えられる。

(4.1)
$$V_i(\phi) = \sum_k \pi_i^k X^k(\phi) + Y_i(\phi) = \sum_k U_i^y \delta_i (X^k(\phi))^2 \geqq 0$$

4．2．解の存在と安定性

このサブセクションでは，MDP Procedure を定義づける力学系の解の存在と安定性を考察する。

定理 3．*MDP Procedure* ならびに $z_0 \in \boldsymbol{Z}$ に対して $\lim_{t\to\infty} z(t)$ が存在し，個別合理的 Pareto 最適である一意解 $z(\cdot): [0, \infty) \to \boldsymbol{Z}$ が存在する。

証明：（i）存在

プロセスの解の存在を証明するために，Henry(1972)の方法よりも容易な Sato(1985)の手法を複数の公共財の世界に応用する。MDP Procedure を定義する力学系は明らかに globally Lipschitzian continuous ではない。したがって，ありうべき不連続性に対処するために，われわれは以下の通り，MDP Procedure を改訂する。

(4.2)
$$X^k = \sum_i \pi_i^k(\chi(x),\ y_i) - \gamma^k(\chi(x)),\ \forall k \in \boldsymbol{K}$$

(4.3)
$$Y_i = -\sum_k \pi_i^k(\chi(x),\ y_i) X^k + \delta_i \sum_k \left\{ \sum_i \pi_i^k(\chi(x),\ y_i) - \gamma^k(\chi(x)) \right\} X^k,\ \ \forall i \in \boldsymbol{N}$$

ここで $\chi(x) = (\mathrm{Max}\{0,\ x^1\}, \ldots, \mathrm{Max}\{0,\ x^K\})$，$\delta_i > 0, \forall i \in \boldsymbol{N}$，および $\sum_i \delta_i = 1$ である。

さて，$X^k, \forall k \in \boldsymbol{K}$，および $Y_i, \forall i \in \boldsymbol{N}$，はすべて Lipschitzian になったので，点 z_0 からスタートする局所的な一意解 $z(t,\ z_0)$ が存在する。不連続性はいわば $\chi(x)$ に「内部化された」

と言える。

（ii）収束性

定理の第2の部分を証明するために，Champsaur, Drèze and Henry(1977)の定理6.1を応用する。すなわち，もし $\boldsymbol{Z}$ において連続的に変化し，すべての時点 t で $\boldsymbol{Z}$ に留まるあらゆる z_0 に対して，MDP Procedureを定義する力学系に一意解，$z(t, z_0)$，ならびにリャプノフ関数が存在すれば，ダイナミック・システムは擬安定(quasi-stable)である。リャプノフ関数として適切な関数の選択として効用関数の総和

$$L(z(t)) = \sum_i U_i(t) \tag{4.4}$$

を選び微分すると

$$dL(z(t))/dt = \sum_i (dU_i/dt) = \sum_i \left(\sum_i \pi_i^k - \gamma^k\right) \geqq 0 \tag{4.5}$$

となる。あきらかにMDP Procedureの任意の均衡はPareto最適配分であるから，任意の $z_0 \in \boldsymbol{Z}$ に対して $\lim_{t\to\infty} z(t, z_0)$ が存在することを証明しさえすればよい。すなわち，われわれの凸性の仮定により，$L(z^*) = \lim_{t\to\infty} L(z(t))$ である唯一のPareto最適 z^* が存在する。Q.E.D.

Axiom PEはこのようにして証明されたわけである。リャプノフ関数は増加関数であるが，Fにより上方有界，それゆえすべての極限配分は停留点でありPareto効率的，しかも効用関数の強凸性により最終配分は一意的となるのである。

4．3．Maximin ならびに Nash 戦略

ｉ）Maximin戦略

それでは，MDP ProcedureのGame Formとしての特性はどうだろうか。以下の定理がある。

定理4［Drèze and de la Vallée Poussin(1971)］. *MDP Procedure* において真の選好表明を行うことは，各プレイヤーにとってMaximin戦略である。$X^k > 0$, $\forall k \in \boldsymbol{K}$, の場合はそれが唯一のMaximin戦略である。

証明：各プレイヤーは相手の利得を最小化するように戦略を選択すると

$$\partial V_i(\phi)/\partial \phi_j^k = \sum_k \left\{(\pi_i^k - \phi_i^k) + 2\delta_i \left(\sum_{h \neq j} \phi_h^k + \phi_j^k - \gamma^k\right)\right\} = 0, \ \forall k \in \boldsymbol{K} \tag{4.6}$$

となり，ここで ϕ_i^k は必ずしも π_i^k とは一致しないので

$$\phi_j^k = \frac{\phi_i^k - \pi_i^k}{2\delta_i} + \gamma^k - \sum_{h \neq j} \phi_h^k \tag{4.7}$$

である。他の主体 $j\,(\neq i)$ がすべてこの戦略を使うときに主体 i が獲得する利得は

$$V_i(\phi) = -\sum\nolimits_k (\pi_i^k - \phi_i^k)^2 / 4\delta_i \leqq 0 \tag{4.8}$$

となり，他のプレイヤーの戦略に関わらず真の選好表明，すなわち $\phi_i^k = \pi_i^k$, $\forall k \in \boldsymbol{K}$, のみが，利得 $V_i(\phi)$ の最大化を保証する。Q.E.D.

ii) Nash 戦略

次に，MDP Procedure の Nash property について見てみよう。Roberts(1979)の結論を用いると，Nash 戦略は次のように導出される。

$$\phi_i^k = \pi_i^k - \frac{1-2\delta_i}{N-1}\left(\sum\nolimits_i \pi_i^k - \gamma^k\right), \quad \forall k \in \boldsymbol{K}. \tag{4.9}$$

一般に，任意の i と k に対して $\phi_i^k \neq \pi_i^k$ が成立する。というのは任意の k に対して $\sum_i \pi_i^k - \gamma^k \neq 0$ だからである。しかしながら，均衡においては任意の k に対して $\sum_i \pi_i^k - \gamma = 0$ が成立する。したがって $\phi_i^k = \pi_i^k$, $\forall i \in \boldsymbol{N}$, $\forall k \in \boldsymbol{K}$, が結論される。それゆえわれわれは次の定理を得る。

定理 5 [Roberts(1979)]. *MDP Procedure* の均衡において $\phi_i{}^k = \pi_i{}^k$, $\forall i \in \boldsymbol{N}$, $\forall k \in \boldsymbol{K}$, が成立する。

そもそも MDP Procedure は必ずしも主体の真の選好表明を前提としておらず，既に Roberts (1979)による次の帰結がある。

Nash 戦略は(4.9)で表現されるように一意的に存在するが，もしすべての主体が Nash 戦略を使えば，公共財ならびに私的財の数量調整は次のように指定される。これを ξ *MDP Procedure* と呼ぶことにしよう。

$$X^k = \frac{1}{N-1}\left\{\sum\nolimits_i \pi_i^k(\chi(x),\ y_i) - \gamma^k(\chi(x))\right\}, \quad \forall k \in \boldsymbol{K} \tag{4.10}$$

$$Y_i = \frac{1}{N-1}\Big[-\sum\nolimits_k \pi_i^k(\chi(x),\ y_i)\left\{\sum\nolimits_i \pi_i^k(\chi(x), y_i) - \gamma^k(\chi(x))\right\}X^k + \sigma_i\left\{\sum\nolimits_i \pi_i^k(\chi(x), y_i) - \gamma^k(\chi(x))\right\}X^k\Big], \quad \forall i \in \boldsymbol{N} \tag{4.11}$$

ここで $\sigma_i = (1-\delta_i)/(N-1)$, $\sigma_i \geqq 0, \forall i \in \boldsymbol{N}$, ならびに $\sum_i \sigma_i = 1$ である。

1）真の選好がプロセスの均衡においてのみNash均衡を構成するけれども，各時点での選好の偽り(preference misrepresentation)は，プロセスの個別合理的Pareto最適への収束を妨げない。
2）Nash均衡戦略の効果は，ｉ）主体数の増加と共にプロセスの調整速度を落し，ii）真の選好表明の場合とは異なるPareto最適に収束するという意味で余剰分配を変化させる。

Nash的選好操作(manipulation)の結果，σ_iとδ_iに乖離が生ずるわけであるが，この乖離が消える時にAxiom LSPが成立する。その条件は

(4.12)　$$\sigma_i = \delta_i = \frac{1}{N}$$

であり，これはFujigaki and Sato(1981)で得られたプロセスの特徴の一つである。

ξ *MDP Procedure*の特殊ケースとして$N=2(i=1,2)$のケースを考えると，

(4.13)　$$X^k = \sum_i \pi_i^k(\chi(x), y_i) - \gamma^k(\chi(x)),\ \forall k \in \boldsymbol{K}$$

(4.14)　$$Y_i = -\sum_k \pi_i^k(\chi(x), y_i) X^k + \sigma_i \left\{ \left(\sum_i \pi_i^k(\chi(x), y_i) \right) - \gamma^k(\chi(x)) \right\} X^k$$

ここで$\sigma_i = 1 - \delta_i$，$i = 1, 2$，である。

結論として，*Nash*戦略的選好表明の下でさえ，MDP Procedureがなおも遂行可能(implementable)であることが明らかとなったが，われわれは4.5.で見るように，Roberts(1979)よりも更に強い結果を得ることになる。

iii）Dominant戦略

MDP Procedureにおいては，経済が2個人だけからなる場合にのみ，真の選好表明はDominant戦略である。これは既にRoberts(1979)により指摘されていたことであり，(4.9)において$\delta_i = 1/2$，すなわち経済に2個人のみ存在する場合$(N=2)$には，常に

(4.15)　$$\phi_i^k = \pi_i^k,\ \forall k \in \boldsymbol{K}$$

が成立する。しかもこの場合は$\phi_i^k = \pi_i^k, \forall k \in \boldsymbol{K}$である。しかし，この結論を任意の個人$(N \geqq 3)$に一般化するためには，Fujigaki and Sato(1981)が行ったように，MDP Procedureを非線形化する必要があったのである。

4．4．MDP Procedureの非線形化

MDP Procedureの非線形化は，Fujigaki and Sato(1981)で初めてなされたが，われわれの*Nonlinearized MDP Procedure*は以下の力学系で表現される。

(4.16)　$$X^k = \mu^k \left\{ \sum_i \pi_i^k(\chi(x), y_i) - \gamma^k(\chi(x)) \right\},\ \forall k \in \boldsymbol{K}$$

$$(4.17)\qquad Y_i = -\sum_k \pi_i^k(\chi(x),\ y_i)X^k + \frac{1}{N}\sum_k\left\{\sum_i \pi_i^k(\chi(x),\ y_i) - \gamma^k(X(x))\right\}X^k \qquad \forall i \in \boldsymbol{N}$$

ここで $\mu^k = \beta^k\left|\sum_i \pi_i^k(\chi(x), y_i) - \gamma^k(\chi(x))\right|^{N-2}$, $\beta^k \in \boldsymbol{R}_{++}^K$, であり，$\beta^k$ は k 番目の公共財調整パラメータである。

われわれは以前，このプロセスを“*Generalized MDP Procedure*”と呼んでいたが，後に示す理由で，改めて *Nonlinearized MDP Procedure* または μ *MDP* と呼ぶことにする。すなわち μ *MDP* は X^k が LSP の要請により，$\mu^k, \forall k \in K$, で特徴づけられ，このような形になっているがゆえに Y_i の第 2 項も特殊化されてしまい，必ずしも MDP Procedure の一般化とは言えないからである。

オリジナル MDP Procedure と μ MDP Procedure との相違点は以下の通りである。

i) μ MDP は公共財の調整関数が非線形化されており，調整スピードが異なる。μ MDP は人数 N の値が大きいほど “turnpike” を走るかのようにスピードが速く，均衡に近づくほどスロー・ダウンする。

ii) 私的財の調整式の第 2 項の余剰分配係数 δ_i が各人にとって同一の $1/N$ に特定化されている。

iii) ii) から明らかなように，μ MDP は中立性を満足しない。

計画センターの遂行すべき任務の一つは公共財の最適配分の達成であり，そのためにセンターは，上記の諸公理を満足するように各主体から必要とする私的情報を収集する。プロセスが LSP を満たせば関連情報の収集は可能であるが，μ MDP は幸いにも LSP を満足する。そこでわれわれは次の定理を得る。

定理 6 [Fujigaki and Sato(1981)]. μ *MDP Procedure* は F，M，PE，ならびに LSP を満足する。

証明は Fujigaki snd Sato(1981)の定理 4 を参照せよ。

4．5．集計的真実表明（Aggregate Correct Revelation）

Fujigaki and Sato(1981)で既に指摘されたように，*Nonlinearized MDP Procedure* は中立性を保持しえない。というのは，私的財の決定関数の第 2 項が固定されていて，オリジナル MDP の持つ δ による調整が不可能だからである。したがって他の諸条件を満たしつつ，プロセスが到達しうる最終配分への自由度を回復しようという試みが，Sato(1983)によってなされたわけである。

本節のテーマは，代替アプローチとして LSP の代わりに ACR という条件を課したときにも，計画プロセスを構成する公共財の決定関数のクラスが Nash 戦略により遂行可能（implementable)であり，このクラスに属するプロセスはPareto効率性はもとより，中立性をも達成しうることを示すことである。そのためにSato(1983)は以下の3つの公理を導入した。

Axiom ACR（集計的真実表明：***Aggregate Correct Revelation***）：任意のπ^Kに対して

$$(\forall k \in \boldsymbol{K})(\forall t \in [0, \infty))\left[\sum_j \phi_j^k(\pi^k(t)) = \sum_j \phi_j^k(t)\right]$$

が成立し，ここで$\pi^k = (\pi_1{}^k, \ldots, \pi_N^k)$である。

ACRは*Process* $P(G, T)$によって生成されるlocal incentive gameにおいて，Nash戦略の総和が真のMRSの集計値と常に一致することを意味している。ACRは必ずしも各人の個別的な真の選好表明を要求してはいないが，集計値としてのそれを要求していることに注意すべきである。更にSato(1983)は*Process* $P(G, T)$に次の公理を課した。

Axiom TA（移転匿名性：***Transfer Anonimity***）：任意の順列関数$\rho : \boldsymbol{R}_+^N \to \boldsymbol{R}_+^N$に対して

$$(\forall i \in \boldsymbol{N})(\forall \phi \in \boldsymbol{R}_+^{NK})\ [T_i(\phi) = T_i(\rho(\phi))]$$

である。

この公理は各人が受け取る私的財移転量が，変数である戦略の順序によって影響されず不変であることを意味する。Sato(1983)は上記の2公理ならびに以下の公理を*Process* $P(G, T)$に課すことにより，公共財の決定関数をLSPの場合と同型に特定化しうることを示し，一旦は失われた中立性を復活させうることを証明した。これにより真の選好表明が総和の形で得られることが示されたのである。

Champsaurの中立性と区別するために，ここでわれわれの中立性をTransfer Neutralityと命名することにしよう。われわれの中立性はδ_iではなくT_iを介して得られるからである。

Axiom TN（移転中立性：***Transfer Neutrality***）：

$$(\forall z^* \in \boldsymbol{P})(\forall T \in \Omega)\ [\exists z(\cdot)]$$

ここで$\boldsymbol{P}$は個別合理的Pareto最適の集合，Ωは$T = \{T_1, \ldots, T_N\}$の族，ならびに$z(\cdot)$は*Process* $P(G, T)$ の解である[5]。

5）中立性は自励的(autonomous)であるが，Champsaur and Rochet(1983)の「局所中立性(local neutrality)」は非自励的(nonautonomous) であり時間に依存する。すなわち計画センターは各時点で公共財の調整関数$X(\phi(t))$, $\forall k \in \boldsymbol{K}$, を選択しうると仮定している。また，Champsaurの中立性より弱いけれども一般的な枠組みでも有用なD'Aspremont and Drèze(1979) の概念も参照せよ。

上記の諸公理により，Sato(1983)は以下の特定化定理を得ることが出来た。

定理7 [Sato(1983)]. 以下に定義されるプロセスは，ACR，F，M，PE，TN，およびTAを満足する。逆に，これらを満たす任意のプロセスは次のように特定化される。

(4.18)　$X^k = \mu^k \left\{\sum_i \pi_i^k(\chi(x),\ y_i) - \gamma^k(\chi(x))\right\},\ \forall k \in \boldsymbol{K}$

(4.19)　$Y_i = -\sum_k \pi_i^k(\chi(x),\ y_i) X^k + \zeta_i \sum_k \left\{\sum_i \pi_i^k(\chi(x), y_i) - \gamma^k(\chi(x))\right\},\ \forall i \in \boldsymbol{N}$

$\mu^k = \left| \sum_i \pi_i^k(\chi(x), y_i) - \gamma^k(\chi(x)) \right|^{N-2},\ \beta^k \in \boldsymbol{R}_{++}^K,\ \forall k \in \boldsymbol{K}$

ここで　$\zeta_i = \sum_k T_i \left\{\sum_i \pi_i^k(\chi(x), y_i) - \gamma^k(\chi(x))\right\},\ \forall i \in \boldsymbol{N}$ である。

証明はSato(1983)の定理1，2を見よ。

このプロセスをその特徴によりζ *MDP Procedure*と名付けると，実はこのプロセスこそがオリジナルMDP Procedureの一般化である“*Generalized MDP Procedure*”の名に値するものであることがわかる。というのは，非線形化された公共財の調整関数X^kにおいて$N=2$とし，$\zeta_i = \delta_i \sum_k \left\{\sum_i \pi_i^k(\chi(x), y_i) - \gamma^k(\chi(x))\right\} X^k$とすることにより，オリジナルのMDP Procedureが得られるからである。μ MDPつまり，*Nonlinearized MDP Procedure*はLSPの性質に関して，MDPの2人のケースをN人に「一般化」したことは確かであるが，その強い帰結を得るための代償として私的財の調整関数Y_iも特殊化され，その結果としてむしろ私的財の決定関数としては特殊なMDP Procedureとなり，中立性を失ってしまったからである。

Robertrs(1979)の導出したξMDP ProcedureとわれわれのζMDP Procedureとの対比は以下の通りである。

i）主体数の増加の影響は両者で全く対称的なものとなる。すなわちξMDP Procedureでは調整スピードが鈍化し，ζMDP Procedureでは加速する。

ii）分配係数がξMDP Procedureではδ_iからσ_iに変化するが，ζMDP ProcedureではTの族Ωの中から任意のTを選択することによりδ_iを不変のままに保ち，上記の通りオリジナルなMDP Procedureを得ることができる。したがって計画センターは最終配分に対するコントロールを失わずにすむ。それでMを達成することができる。

導出されたζMDP Procedureは，プレイヤーのNash的選好操作に対して頑健であることが確認できた。このようにNash的選好操作に関してRoberts(1979)と全く異なる帰結が得られたことは興味深い。

V．諸定理

本節ではこれまでに Fujigaki and Sato(1981, 1982)で得られている諸定理を列挙し，最も重要な定理に別証を与えることにしたい。単一の公共財のケースを記す。

補助定理 2　*Process* $P(G, T)$ が F，M，および LSP をすべて満足するものとする。その時，関数 G は $\sum_j \phi_j - \gamma$ に関して同符号である。

補助定理 3　*Process* $P(G, T)$ が LSP を満足するものとする。そのとき関数 G と T_i の間には次が成立する。

$$(5.1)\qquad T_i\left(\phi_i, \sum_j \phi_j - \gamma\right) = \int G\left(\sum_j \phi_j - \gamma\right) d\phi_i + H_i(\phi_{-i}), \forall i \in \boldsymbol{N}$$

ここで H_i は積分定数で ϕ_i から独立の任意の実数値関数である。

補助定理 4　θ の関数 $G(\theta) = \alpha_0 + \alpha_1\theta + \cdots + \alpha_{N-1}\theta^{N-1} = \sum_{h=0}^{N-1} \alpha_h \theta^h$ は，θ に関して同符号であるものとする。但し，係数 $\alpha_0, \ldots, \alpha_{N-1}$ は，θ の符号に関してのみ不確定であるようなパラメータである。このとき次が成立する。

(i) $G(\theta)$ の第 N 項 $\alpha_{N-1}\theta^{N-1}$ はそれ自身，同符号関数である。すなわち

$$(5.2)\qquad \alpha_{N-1} = \beta\,[sgn(\theta)]^{N-2}, \qquad \beta \in \boldsymbol{R}_{++}.$$

更に，$\int G(\theta)\, d\theta$ から積分定数部分を取り除いた部分を $F(\theta)$ とすると，次が成り立つ。

(ii) すべての $\theta \in \boldsymbol{R}$ について $\theta G(\theta) \geqq NF(\theta)$ ならば

$$(5.3)\qquad \alpha_0 = \cdots = \alpha_{N-2}$$

すなわち

$$(5.4)\qquad G(\theta) = \beta\,[sgn(\theta)]^{N-2}\theta^{N-1}$$

である。

定理 8　*Process* $P(G, T)$ が F，M，ならびに LSP を満足するならば次のように特定化される。

$$(5.5)\qquad G\left(\sum_j \phi_j - \gamma\right) = \beta\left\{sgn\left(\sum_j \phi_j - \gamma\right)\right\}^{N-2}\left(\sum_j \phi_j - \gamma\right)^{N-1}.$$

定理9　以下で定義される *Process* P(G^*, T^*) は F，M，PE，ならびに LSP をすべて満足する。しかもこれらを満足する連続的数量調整プロセスは，*Process* $P(G^*, T^*)$ 以外に存在しない。

$$P(G^*,\ T^*):\begin{cases} G\left(\sum_j \phi_j-\gamma\right)=\beta\left\{sgn\left(\sum_j \phi_j-\gamma\right)\right\}^{N-2}\left(\sum_j \phi_j-\gamma\right)^{N-1},\ \beta\in R_{++}, \\ T_i\left(\phi, \sum_j \phi_j-\gamma\right)=\frac{1}{N}\left(\sum_j \phi_j-\gamma\right)G\left(\sum_j \phi_j-\gamma\right),\ \forall i\in N. \end{cases}$$

証明：　ここでは Fujigaki and Sato(1982)で与えられているものとは別の最も簡潔な証明を与える。(5.1) を定積分の形で書き換えると

(5.6)
$$T_i(\phi,\ \theta)=\int_{\gamma-\Sigma_{j\neq i}\phi_j}^{\phi_i} G(\theta_i,\ \Sigma_{j\neq j}\phi_j-\gamma)\,d\theta_i+H_i(\phi_i)$$

となるが，ここで $\theta=\sum_j \phi_j-\gamma$ であり，(5.6) は以下のように書き換えられる。

(5.7)
$$T_i(\phi,\ \theta)=\int_0^{\theta} G(\theta)\,d\theta+H_i(\phi_{-i})$$

ここで $\theta=0$ とすると

(5.8)
$$T_i(\phi,\ 0)=H_i(\phi_i)$$

となる。しかし，Axioms F と M をこの文脈に適用すれば

(5.9)
$$T_i(\phi,\ 0)=0$$

となり，これは

(5.10)
$$H_i(\phi_{-i})=0$$

を意味する。結果的にわれわれは

(5.11)
$$T_i(\phi,\ \theta)=\int_0^{\theta} G(\theta)\,d\theta$$

を得ることができ，したがって

(5.12)
$$\theta G(\theta)=\sum_i T_i(\phi,\ \theta)=\sum_i \int_0^{\theta} G(\theta)\,d\theta$$

となる。これを θ に関して微分すると

$$G(\theta)+\frac{\theta dG(\theta)}{d\theta}=NG(\theta) \tag{5.13}$$

を得る。ゆえに

$$\frac{dG(\theta)/d\theta}{G(\theta)}=\frac{N-1}{\theta} \tag{5.14}$$

である。(5.14) を $G(\theta)$ に関して解くと

$$G(\theta)=\beta\theta^{N-1} \tag{5.15}$$

が得られる。**補助定理4**から $G(\theta)$ が同符号関数であるから，最終的に

$$G(\theta)=\beta\theta|\theta|^{N-2},\quad \beta\in \boldsymbol{R}_{++} \tag{5.16}$$

が得られる。

次に (5.11) から容易に

$$T_1=T_2=\cdots=T_N \tag{5.17}$$

が得られ，これは

$$\theta G(\theta)=NT_i \tag{5.18}$$

に帰し，それゆえ

$$T_i=(1/N)\,\theta G(\theta) \tag{5.19}$$

となる。　Q.E.D.

従って，次の定理が成立する。

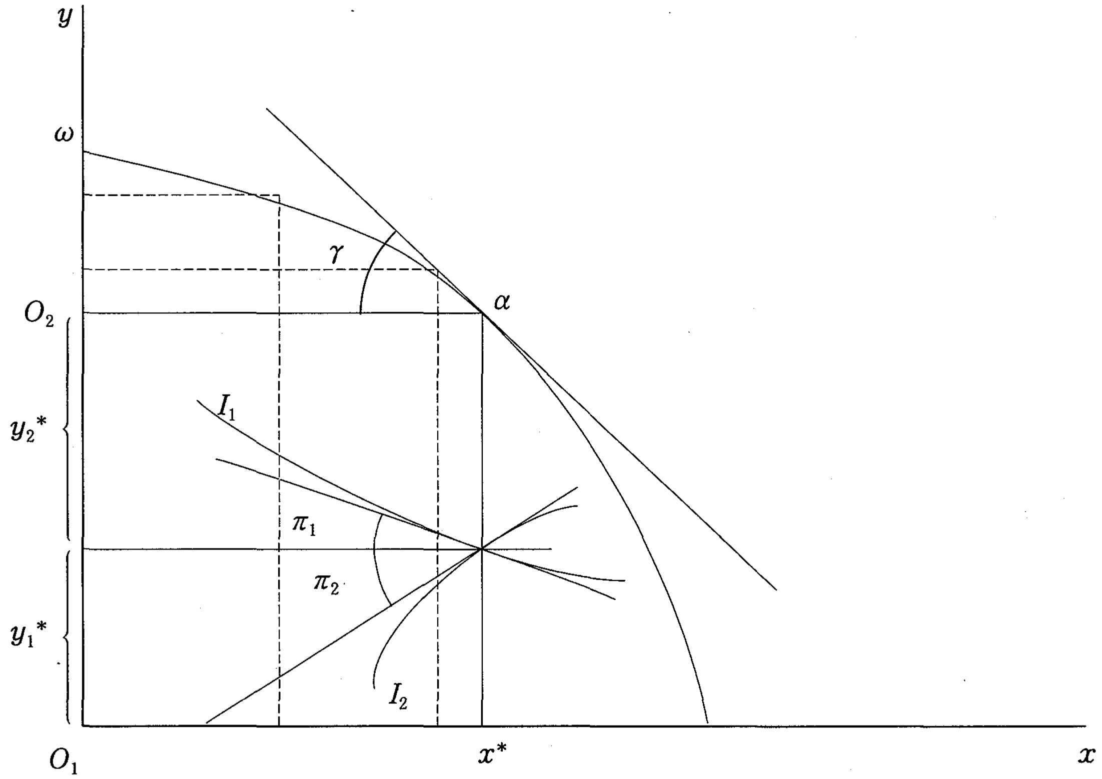
定理10　F，M，PE，LSP，およびNを同時に満足する公共財供給のための連続的数量調整プロセスは存在しない。

APPENDIX

Mclure Box Diagram による MDP Procedure の図解

Edgeworth Box Diagram ほど有名ではないが，Charles Mclure(1968)が公共財と私的財がそれぞれ1財ずつ存在する経済のために考案した Diagram は非常に有用なので，ここではそれを利用し，MDP Procedure の作動を図解してみよう。計画センターは分配係数 δ を調整

FIGURE 1. PARETO EFFICIENCY

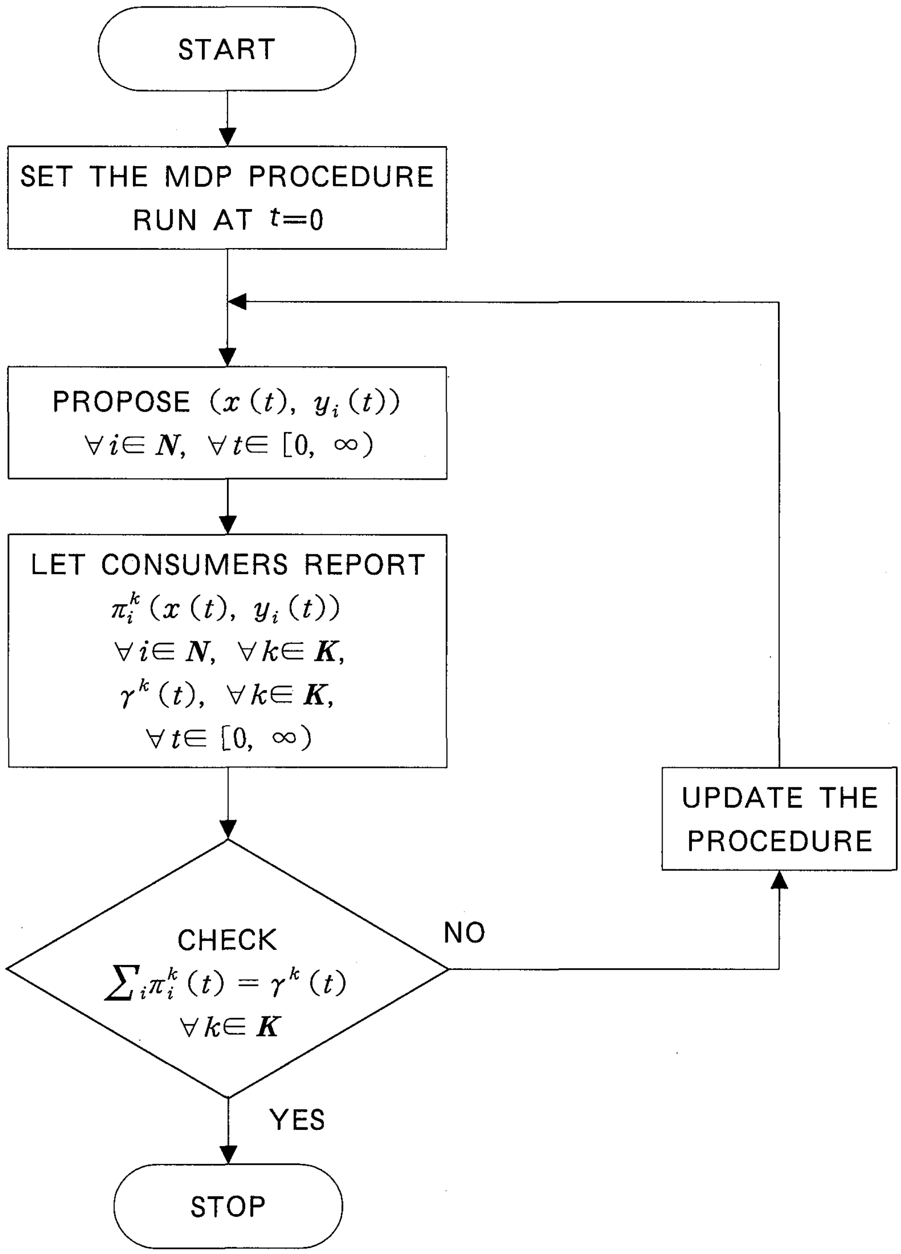


することにより，任意の個別合理的 Pareto 最適へ導くことが出来るが，事前に特定の最終配分を指定することはできない。MDP Procedure の作動と Flow chart を FIGURE 1, FIGURE 2 で示そう。

この経済には 2 人の個人 1， 2 が存在し，I_1，I_2 はそれぞれ彼らの無差別曲線であり，O_1，O_2 は 2 人の原点である。Mclure Box Diagram では Fdgeworth Box Diagram とは異なり，O_1，O_2 は対角線上には位置せず，契約曲線またはコンフリクト・ラインは線分 αx^* で表現され，線上はすべてパレート最適であり，公共財の最適供給のための Samuelson 条件が成立する。ω は 2 人の私的財の初期配分の総和，x，y はそれぞれ私的財と公共財の数量であり，x^*，y_1^*，y_2^* はそれぞれ公共財，個人 1 への私的財，個人 2 への私的財の最適供給量である。π_1，π_2 は 2 個人の MRS，γ は生産者の MRT である。

MDP Procedure は初期点 $\omega\,(=z_0)$ からスタートし，α に至るまでは $\sum_{i=1}^{2}\pi_i-\gamma>0$ であるから，α に向かって進み，$\sum_{i=1}^{2}\pi_i-\gamma=0$ となる α 点でストップする。ω から α に至る線上はすべて実行可能配分であり，生産の効率性を満足している。そして，公共財の最適供給のための Samuelson 条件が成立する α 点では消費の効率性も満足するのである。

FIGURE 2.　FLOW CHART OF THE MDP PROCEDURE



† 本稿は，MDP プロセス誕生25周年を記念して書かれ，長崎大学で開催された1996年度理論・計量経済学会西部部会で報告された論文を改訂したものである。

参 考 文 献

[1] Abdessalem, T., *Biens Publics avec Exclusion: Allocations Efficaces, Production Dēcentralisēe*, Monographies d'Economētrie, CNRS Editions, Paris, 1997.

[2] Campbell, D. E. and M. Truchon, "Boundary Optima and the Theory of Public Goods Supply," *Journal of Public Economics*, Vol. 35, 1988, pp. 241-249.

[3] Champsaur, P., "Neutrality of Planning Procedures in an Economy with Public Goods," *Review of Economic Studies*, Vol. 43, 1976, pp. 293-300.

[4] Champsaur, P., J. H. Drèze and C. Henry, "Stability Theorems with Economic Applications," *Econometrica*, Vol. 45, 1977, pp. 273-294.

[5] Champsaur, P. and J.-C. Rochet, "On Planning Procedures which are Locally Strategy Proof," *Journal of Economic Theory*, Vol. 30, 1983, pp. 353-369.

[6] Chander, P., "Dynamic Procedures and Incentives in Public Goods Economies," *Econometrica*, Vol. 61, 1993, pp. 1341-1354.

[7] Cornet, B., "Neutrality of Planning Procedures," *Journal of Mathematical Economics*, Vol. 11, 1983, pp. 111-160.

[8] D'Aspremont and J. H. Drèze, "On the Stability of Dynamic Processes in Economic Theory," *Econometrica*, Vol. 47, 1979, pp. 733-737.

[9] Drèze, J. H. and D. de la Vallēe Poussin, "A Tâtonnement Process for Public Goods," *Review of Economic Studies*, Vol. 38, 1971, pp. 133-150.

[10] Fujigaki, Y. and K. Sato, "Incentives in the Generalized MDP Procedure for the Provision of Public Goods," *Review of Economic Studies*, Vol. 48, 1981, pp. 473-485.

[11] Fujigaki, Y. and K. Sato, "Characterization of SIIC Continuous Planning Procedures for the Optimal Provision of Public Goods," *Economic Studies Quarterly*, Vol. 33, 1982, pp. 211-226.

[12] Henry, C., "Differential Equations with Discontinuous Righ-hand Side for Planning Procedures," *Journal of Economic Theory*, Vol. 4, 1972, pp. 545-557.

[13] Laffont, J.-J., "Incitations dans les Procēdures de Planification," *Annales de l'INSEE*, Vol, 58, 1985, pp. 3-37.

[14] Laffont, J.-J., *Cours de Thēorie Microēconomique, Vol. I-Fondements de l'Economie Publique*, Economica, Paris, 1982, revised 1986.

[15] Laffont, J.-J., "Incentives and the Allocaton of Public Goods," in Auerbach, A. and M. Feldstein (eds.), *Handbook of Public Economics*, Vol. 2, North-Holland,

Amsterdam, 1986. Chapter 2.

[16] Laffont, J.-J. and E. Maskin, "A Characterization of Strongly Locally Incentive Compatible Planning Procedures with Public Goods," *Review of Economic Studies*, Vol. 50, 1983, p. 171-186.

[17] Malinvaud, E., "Procedures for the Determination of a Program of Collective Consumption" *European Economic Review*, Vol. 2, 1970-1971, pp. 187-217.

[18] Malinvaud, E., "Prices for Individual Consumption, Quantity Indicators for Collective Consumption," *Review of Economic Studies*, Vol. 39, 1972, pp. 385-406.

[19] Mclure, C., "Welfare Maximization: The Simple Analytics with Public Goods," *Canadian Journal of Economics*, Vol. 1, 1968, pp. 633-639.

[20] Mukherji, A., "Welfare Economics," in *Walrasian and Non-Walrasian Equilibria: An Introduction to General Equilibrium Analysis*, Clarendon Press, Oxford, 1990, Chapter 5.

[21] Roberts, J., "Incentives in Planning Procedures for the Provision of Public Goods," *Review of Economic Studies*, Vol. 46, 1979, pp. 283-292.

[22] Saijo. T., "Boundary Optima and the Theory of Public Goods: A Comment," *Journal of Public Economics*, Vol. 42, 1990, pp. 213-217.

[23] Salanié, B., *Microeconomie: Les Défaillances du Marché*, Economica, 1998; also published as *Microeconomics of Market Failures*, The MIT Press, Cambridge, 2000.

[24] Samuelson, P., "The Pure Theory of Public Expenditure," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 36, 1954, pp. 387-389.

[25] Sato. K., "On Compatibility between Neutrality and Aggregate Correct Revelation for Public Goods," *Economic Studies Quarterly*, Vol. 34, 1983, pp. 97-109.

[26] Sato. K., "The MDP Procedure Revisited: Is It Possible to Attain Non-Samuelsonian Pareto Optima" presented at the Far Eastern Meeting of the Econometric Society held at Doshisha University, June 11, 1989; also presented at the Seminar held at Hitotsubashi University, April 23, 1990; revised version presented at the annual meeting of the Japan Association of Economics and Econometrics held at Osaka University, September 22, 1996.

[27] Sato, K., "The Hedonic MDP Procedures: Optimality and Incentives," paper presented at the annual meeting of the Japanese Economic Association held at The University of Tokyo, October 17, 1999.

[28] Sato, K., "Nonmyopia and Incentives in the Piecewise Linearized MDP Procedure

with Variable Step-Sizes," presented at the 2001 Far Eastern Meeting of the Econometric Society held at the International Conference Center Kobe, July 2001; also presented at the autumn meeting of the Japanese Economic Association held at Hitotsubashi University, October 8, 2001.

[29] Sato, T., "Equity and Fairness in an Economy with Public Goods," *Economic Review*, Vol. 36, 1985, pp. 364-373.

[30] Schoumaker, F., "Révélation des Préférences et Planification : Une Approche Stratégique," *Recherches Economiques de Louvain*, Vol. 43, 1977, pp. 245-259.

[31] Tulkens, H., "Dynamic Processes for Public Goods: An Institution-Oriented Survey," *Journal of Public Economics*, Vol. 9, 1978, pp. 163-201.

[32] Von dem Hagen, O., "Strategic Behaviour in the MDP Procedure," *European Economic Review*, Vol. 35, 1991, pp. 121-138.