

原価計算論の数学的基礎

内 野 一 樹

1. はじめに
2. 原価計算の基本条件
3. 設例と集計表
4. 原価の計算公式
5. 計算公式の構造
6. 結びにかえて

1. はじめに

近年、原価計算論の研究は、急速に拡大され、広範に分化している。競争優位を得るための技法として活動基準原価計算 (activity - based costing ; ABC) 等が提唱され、学会誌上を賑わしたことは、記憶に新しい。確かに、近年の英米を中心とする原価計算論の拡張の試みには斬新さがあった。そして、わが国の産学がこれら新しい着想の摂取に振り向けた努力には目覚ましいものがあったといえる。しかしながら、今漸くその波も静まろうとしている時期に際して、これらの野心的な投企から学んだことを振り返ってみると、その新しい着想を接合させるべき基盤が数学的に十分に確かめられていないことに思い至る。これら新しい着想を追究する前に、いま一度その拠り所となる数学的な土台に立ち戻って再考することも、一つの礎石となり得るのではないだろうか。

本稿は、かかる問題意識から、伝統的な製品原価の計算式¹⁾を通算的に把握することを課題

1) 新しい原価計算を紹介する事例は、圧倒的に製造業に多い。例えば、活動基準原価計算のJohn Deere社、ライフサイクル原価計算の国防総省(軍需品の調達)、原価企画のトヨタ自動車等が挙げられる。従って、本稿の分析の材料として製品原価計算を取り敢えず想定することについても許容されるところであろう。R.Cooper and R.S.Kaplan, "How Cost Accounting Systematically Distorts Product Costs," in W.J.Bruns, Jr. and R.S.Kaplan eds., *Accounting & Management: Field Study Perspectives*, Harvard Business School Press, 1987, pp.204-228. 牧戸孝郎「最近におけるわが国原価管理実践の傾向」『企業会計』第31巻第3号, 1979年3月, 126-132頁。伊藤嘉博「品質原価計算の実際: オムロン株式会社のケースを中心に」『企業会計』第44巻第8号, 1992年8月, 32-40頁。A.V.Feigenbaum, "Control (design+material+products+process) ÷ Costs (inspection+rejects) × Customer Satisfaction=Total Quality Control," *Harvard Business Review*, Vol.34, No.6, Nov./Dec. 1956, pp.93-101.

とする。それに先立って、製品原価を計算するための基本条件が如何なるものであるか、その概略をはじめに提示しておくことにしよう。

2. 原価計算の基本条件

2 - 1. 計算対象

原価計算は、数学的には、何か（被写体）を別のもの（写体）で写し取る写像（mapping）の一種であるとされてきた²⁾。すなわち、原価計算は、財貨・用役の生産的消費の関係を被写体として、原価という写体で映し出すことであると考えられている。原価計算では、被写体のことを原価計算対象（cost objective）と呼ぶ。従って、より具体的には、原価計算は、財貨等の経済的諸資源を投入、消費し、それらを結合、処理して、新たな財貨を形成、産出する物的諸関係を原価計算対象とするということが出来る³⁾。

なお、財貨・用役の生産的消費は、投入された諸資源を製品の産出へと変換する諸活動から成るから、ABCでは、原価計算対象を活動（activity）であると言表する⁴⁾。しかしながら、そもそも活動とは、活発に動く状態（state of being active）を意味し、不断に取り結ばれる物的諸関係がより本源的にある。この意味から、本稿では、より基本的に物的諸関係が原価計算対象であると考えている。このような物的諸関係を計算対象とする原価計算は、要素別計算、場所別計算、負担者別計算の3つの段階から成り立っている⁵⁾。

2 - 2. 計算段階

(i) 要素別計算

要素別計算は、製品原価を形成する基本的な構成因子を分類・測定する第1段階である。こ

2) 原価計算を写像とする構制の是非については、本稿では詮索しない。なお、原価計算写像説については、次の文献を参照されたい。河崎照行『情報会計システム論』中央経済社、1997年、72-83頁。田中茂次『会計言語の構造』森山書店、1995年、96-101頁。船本修三『会計情報システムの基礎論』中央経済社、1996年、3-15頁。山口操『原価会計情報システム論』慶應通信、1988年、226頁。

3) objectiveは、対象の他に、客体、目標とも訳出される。他方、類語objectは、物とも対象とも訳出される。活動基準原価計算の「活動」が、act（行為）やaction（行動）ではなく、activity（活動状態）という用語を当てているのは、提唱者が認識しているか否かに関わらず、関係性を自ずと含意しているように思われる。

4) James A. Brimson, *Activity Accounting, An Activity-Based Costing Approach*, John Willy & Sons, 1991, p.75.

5) 製品原価の計算段階は、費目別計算・部門別計算・製品別計算の3つから成ると説明されることが多い。本稿では、原価計算対象を物的諸関係とする視点から、数値間の関係を類推しやすい用語を敢えて採用している。

の構成因子は、原価要素 (cost elements) と呼ばれる。原価要素は、製品との直結関係の有無によって、直接費 (direct costs) と間接費 (indirect costs) に二分される。また、原価要素は、価格要因 (消費単価, 消費賃率等) と数量要因 (消費数量, 作業時間等) の2つの方向から測定される。このような要素別計算は、一般会計との結節点であるだけでなく、原価全体の中に占める個々の原価要素を検討する上で重要な段階である。

(ii) 場所別計算

場所別計算は、前段階で把握された原価要素を、原価発生場所別に分類・集計する段階である。この段階は、原価要素を発生場所に集めて、その場所で製品が加工され、次の場所へと通過していくと見なして、原価要素を合理的な方法で割り当てるために設けられる。その際、発生場所は、原価部門 (cost department) と呼ばれる。部門は、製品加工との遠近関係から製造部門 (production department) と補助部門 (auxiliary department) に二分される。従って、部門に集計された原価要素を部門費 (departmental costs) というが、部門費は、集計後の部門に応じて製造部門費と補助部門費に分別されることになる。

また、部門費は、集計の途上、部門との直結関係の有無から部門個別費 (direct departmental costs) と部門共通費 (indirect departmental costs) に二分される。部門個別費は、特定の部門と直接的な関係にあるので、当該部門に負担させる。部門共通費は、複数の部門に共通的であるので、適切な基準を設けて関係各部門に割り当てる。

(iii) 負担者別計算

負担者別計算は、原価要素を原価の負担者である一定の製品単位に集計する最終段階である。製品単位は、原価要素が最終的にそれに対して集計される結集点となる。

以上のように、原価要素は、何が、どこで、何に、という段階を経るわけであるが、これら3つの段階を貫くのが、2つの計算系統である。

2 - 3. 計算系統

第1の系統は、要素別計算の際に、予見的に特定の製品や部門に直結関係のある原価要素を集計しておくものである。この系統を賦課 (charge) という。賦課においては、要素別計算の際の価格要因と製品ないし部門毎に測定した数量要因との乗積が計算される。なお、製品や部門との直結関係の有無による原価要素の分類を給付関連別分類というが、この分類は、絶対的なものではなく、相対的なものである。

一方、第2の系統は、何らかの基準によって、直結関係はないが因果関係のある原価要素を製品や部門に集計するものである。この系統を配賦 (allocation) という。なお、配賦の際に依拠する数値群を配賦基準 (allocation bases) という。配賦において、原価要素と配賦基準

数値との間には比例関係があることが仮定されている。また、配賦の精緻化は、ABCの構想に結び付いている。

如上のように、本節では、物的諸関係を対象とする伝統的な原価計算の道具立てを、原価計算の基本条件として確認してきた。次に、製品原価の計算式を検討するために、設例を提示することにしよう。

3. 設例と集計表

本節では、以下の行論をより明確にするために、設例を提示する⁶⁾。なお、設例に併記した英数字は、後述する計算公式に対応している。また、計算の各段階では、数値間の関係を一覧できるように、集計表を示していくことにする。

3 - 1. 設例

資料(1) 某工場は、製品1・2を製造している。(以下では、製品1の計算例だけを示す。)

資料(2) 直接費は、各製品に直接的に賦課する。 $(c_i$: 直接費, i : 原価要素の識別子, $i = 1, 2$, k : 製品の識別子, $k = 1, 2$)

・直接材料費 ($c_1 = \text{単価 } p_1 \times \text{数量 } q_{1k}$)

製品1への賦課額 500円 = @20 × 25個 ($c_{11} = p_1 \times q_{11}$)

[製品2への賦課額 略 ($c_{12} = p_1 \times q_{12}$)]

・直接労務費 ($c_2 = \text{賃率 } p_2 \times \text{時間 } q_{2k}$)

製品1への賦課額 400円 = @25 × 16時間 ($c_{21} = p_2 \times q_{21}$)

[製品2への賦課額 略 ($c_{22} = p_2 \times q_{22}$)]

資料(3) 某工場では、4つの原価部門を設定している。そのうち、部門・は、製造部門であり、部門・は、補助部門である。

資料(4) 間接費は、原価部門に賦課・配賦する。 $(c'_j$: 間接費, j : 部門の識別子, $j = 1, 2, 3, 4$)

6) 設例は、山口操編著『エッセンス管理会計』中央経済社、2001年、58-65頁を改題したものである。すなわち、直接費・間接費、製造部門費・補助部門費等のように、2元論的に原価要素数や部門数を設定している。

- ・ 間接材料費
 - 部門個別費 ($c'_1 = \text{単価} p'_1 \times \text{数量} q'_{1j}$)
 - 部門 個別費 120円 = @30 × 4個 ($c'_{11} = p'_1 \times q'_{11}$)
 - 部門 個別費 300円 = @30 × 10個 ($c'_{12} = p'_1 \times q'_{12}$)
 - 部門 個別費 60円 = @30 × 2個 ($c'_{13} = p'_1 \times q'_{13}$)
 - 部門 個別費 30円 = @30 × 1個 ($c'_{14} = p'_1 \times q'_{14}$)
 - 部門共通費 ($c''_1 = \text{単価} p''_1 \times \text{数量} q''_1$)
 - 750円 = @25 × 30個
- ・ 間接労務費
 - 部門個別費 ($c'_2 = \text{賃率} p'_2 \times \text{時間} q'_{2j}$)
 - 部門 個別費 540円 = @20 × 27時間 ($c'_{21} = p'_2 \times q'_{21}$)
 - 部門 個別費 700円 = @20 × 35時間 ($c'_{22} = p'_2 \times q'_{22}$)
 - 部門 個別費 620円 = @20 × 31時間 ($c'_{23} = p'_2 \times q'_{23}$)
 - 部門 個別費 180円 = @20 × 9時間 ($c'_{24} = p'_2 \times q'_{24}$)
 - 部門共通費 ($c''_2 = \text{賃率} p''_2 \times \text{時間} q''_2$)
 - 1,000円 = @25 × 40時間

資料(5) 部門共通費は、次の配賦基準Aによって、原価部門に配賦する。(c''_i : 部門共通費, $i = 1, 2$)

配賦基準 A

	製造部門		補助部門	
	部門	部門	部門	部門
部門共通間接材料費 c''_1	₁₁ 0.32	₁₂ 0.40	₁₃ 0.16	₁₄ 0.12
部門共通間接労務費 c''_2	₂₁ 0.30	₂₂ 0.50	₂₃ 0.10	₂₄ 0.10

資料(6) 補助部門費は、次の配賦基準Bによって、製造部門に再配賦する。その際、補助部門間のサービスの授受関係を考慮して、相互配賦法（連立方程式法）を採用する。(d_j : 補助部門費, $j = 3, 4$)

配賦基準 B

	製造部門		補助部門	
	部門	部門	部門	部門
部門 費 d_3	₁₁ 0.40	₁₂ 0.50	₁₃ 0.00	₁₄ 0.10
部門 費 d_4	₂₁ 0.40	₂₂ 0.40	₂₃ 0.20	₂₄ 0.00

資料(7) 総製造部門費は、次の配賦基準 によって、最終的に各製品に配賦する。 $(d^*_k :$
総製造部門費, $k = 1, 2)$

配賦基準

	製品 1	製品 2
総部門 費 d^*_1	$_{11}$ 0.50	$_{12}$ 0.50
総部門 費 d^*_2	$_{21}$ 0.40	$_{22}$ 0.60

3 - 2 . 集計表の作成

(i) 直接費の賦課

要素別計算において、原価要素は直接費と間接費に二分されて、価格要因と数量要因の乗積として分類・測定される。資料(1)・(2)より、製品 1 に賦課される直接費は、次表の通りである。

表 (i) 直接費賦課の関係

摘 要	製品 1	製品 2
直接材料費 c_1	c_{11} 500	c_{12} 略
直接労務費 c_2	c_{21} 400	c_{22} 略
直接費賦課額 G	g_1 900	g_2 略

なお、間接費については、さらに場所別計算の段階を経る。

(ii) 部門個別費の賦課

場所別計算において、間接費は、さらに部門個別費と部門共通費に二分されて、部門に賦課・配賦されていく。まず、資料(4)において、部門個別費は、既に価格要因と部門毎の数量要因が測定されている。4つの部門に賦課される部門個別費は、次表の通りである。

表 (ii) 部門個別費賦課の関係

摘 要	製造部門		補助部門	
	部門	部門	部門	部門
部門個別費 c'_i				
間接材料費 c'_1	c'_{11} 120	c'_{12} 300	c'_{13} 60	c'_{14} 30
間接労務費 c'_2	c'_{21} 540	c'_{22} 700	c'_{23} 620	c'_{24} 180
部門個別費賦課額 D'	d'_1 660	d'_2 1,000	d'_3 680	d'_4 210

(iii) 部門共通費の配賦

次に、資料(4)において、ひとまず区別しておいた部門共通費を部門に配賦する。その際、

資料(5)に基づいて部門共通費を按分する。関係部門に配賦される部門共通費は、次表の通りである。

表 (iii) 部門共通費配賦の関係

摘 要	製造部門		補助部門	
	部門	部門	部門	部門
部門共通費 c''_1				
間接材料費 c''_1	c''_{11} 240	c''_{12} 300	c''_{13} 120	c''_{14} 90
間接労務費 c''_2	c''_{21} 300	c''_{22} 500	c''_{23} 100	c''_{24} 100
部門個別費賦課額 D''	d''_1 540	d''_2 800	d''_3 220	d''_4 190

(iv) 部門(固有)費の合計

計算(ii)と(iii)の後で、部門個別費賦課額と部門共通費配賦額を合わせて、部門(固有)費を計算する。4つの部門で合計された部門(固有)費は、次表の通りである。

表 (iv) 部門(固有)費合計の関係

摘 要	製造部門		補助部門	
	部門	部門	部門	部門
部門個別費 D'	d'_1 660	d'_2 1,000	d'_3 680	d'_4 210
部門共通費 D''	d''_1 540	d''_2 800	d''_3 220	d''_4 190
部門(固有)費 D	d_1 1,200	d_2 1,800	d_3 900	d_4 400

(v) 補助部門費の再配賦

次いで、表(iv)の補助部門(固有)費900円と400円を、資料(6)に基づいて製造部門に再配賦する。この再配賦という操作は、計算(iii)の援用である。なお、再配賦の方法として、連立方程式法を採用するので、まず、補助部門間のやり取りを考慮した総補助部門費を計算する。

補助部門間の総補助部門費を d'''_3 と d'''_4 とおけば、資料(6)より補助部門間のやり取りは、

$$\begin{bmatrix} d'''_3 & | & j=3 & j=4 \\ \hline & 0.00 & 0.10 \\ d'''_4 & | & 0.20 & 0.00 \end{bmatrix} \text{であるから、補助部門(固有)費900円と400円との間に、次の関係が成り}$$

$$\text{立つ。} \quad d'''_3 = 900 + 0.20d'''_4 \quad d'''_4 = 400 + 0.10d'''_3$$

よって、次の連立1次方程式を解けばよい。

$$\begin{cases} d'''_3 - 0.20d'''_4 = 900 \\ -0.10d'''_3 + d'''_4 = 400 \end{cases} \therefore d'''_3 = 1,000 \quad d'''_4 = 500$$

上記で求めた総補助部門費1,000円と500円を、資料(6)に基づいて製造部門・に再配賦する。

従って、資料(6)の $\begin{bmatrix} d'''_3 & \begin{matrix} j=1 & j=2 \\ 0.40 & 0.50 \end{matrix} \\ d'''_4 & \begin{matrix} 0.40 & 0.40 \end{matrix} \end{bmatrix}$ に応じて、製造部門・に再配賦すると、次表を得る。

表 (v) 補助部門費再配賦の関係

摘 要	製造部門		補助部門	
	部門	部門	部門	部門
部門(固有)費 D	d ₁ 1,200	d ₂ 1,800	d ₃ 900	d ₄ 400
総補助部門費 D''' ₂			d''' ₃ 1,000	d''' ₄ 500
部門 費 d''' ₃	400	500		100
部門 費 d''' ₄	200	200	100	
再配賦額 D''' ₁	d''' ₁ 600	d''' ₂ 700	0	0
総製造部門費 D* ₁	d* ₁ 1,800	d* ₂ 2,500		

(vi) 総製造部門費の配賦

場所別計算の最後には、総製造部門費を資料(7)に基づいて製品に配賦する。すなわち、総製造部門費の配賦という操作も、計算(iii)の援用である。製品1に配賦される総製造部門費は、次表の通りである。

表 (vi) 総製造部門費配賦の関係

摘 要	製品 1	製品 2
製造部門費 d* ₁	d* ₁₁ 900	d* ₁₂ 略
製造部門費 d* ₂	d* ₂₁ 1,000	d* ₂₂ 略

(vii) 製品原価の算定

製品1へ原価要素を集計する。製品1の製造原価は、表(i)と(vi)より、直接費賦課額と総製造部門費配賦額の総和である。従って、製品1の製造原価をE₁とおけば、次式の関係にある。

$$\begin{aligned} E_1 &= c_{11} + c_{21} + d^*_{11} + d^*_{21} = 500 + 400 + 900 + 1,000 \\ &= 2,800 \end{aligned}$$

以上の準備の下に、次節では、各関係式を一般化する。

4. 原価の計算公式

本節では、前節の集計表(i) ~ (vi)を行列に変換して、製品原価の計算公式を導出してみよう⁷⁾。

4 - 1. 直接費の賦課

まず、表(i)の関係を数式で表わせば、次の数式一覧(i)を得る。故に、製品1への直接費

数式一覧 (i)

	Goods k = 1	(k = 2)
c ₁	c ₁₁ = p ₁ × q ₁₁	(c ₁₂ = p ₁ × q ₁₂)
c ₂	c ₂₁ = p ₂ × q ₂₁	(c ₂₂ = p ₂ × q ₂₂)
Total	g ₁	(g ₂)

賦課額を g₁ = c₁₁ + c₂₁ とおけば、(c₁₁ c₂₁) = (p₁ × q₁₁ p₂ × q₂₁) であるから、

$$g_1 = (p_1 \ p_2) \begin{pmatrix} q_{11} \\ q_{21} \end{pmatrix} \dots\dots\dots \text{となる。}$$

ここで、数量要因をまとめて、 $Q = \begin{pmatrix} q_{11} & \vdots & q_{12} \\ q_{21} & \vdots & q_{22} \end{pmatrix} = (Q_1 \ Q_2)$ とおく。すなわち、小行列 Q₁

は、製品1への数量要因を表わす。上式に Q₁を代入すると、

$$g_1 = (p_1 \ p_2) Q_1 \dots\dots\dots \text{'を得る。}$$

4 - 2. 部門個別費の賦課

次に、表(ii)の関係を数式で表わせば、数式一覧(ii)を得る。ここで、部門個別費賦課額を

数式一覧 (ii)

	Department j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
c' ₁	c' ₁₁ = p' ₁ × q' ₁₁	c' ₁₂ = p' ₁ × q' ₁₂	c' ₁₃ = p' ₁ × q' ₁₃	c' ₁₄ = p' ₁ × q' ₁₄
c' ₂	c' ₂₁ = p' ₂ × q' ₂₁	c' ₂₂ = p' ₂ × q' ₂₂	c' ₂₃ = p' ₂ × q' ₂₃	c' ₂₄ = p' ₂ × q' ₂₄
D'	d' ₁	d' ₂	d' ₃	d' ₄

7) 本稿では、数値間の関係を明らかにするために行列を採用しているが、行列原価計算(ないし行列会計)の重要性を主張することを意図していない。なお、行列原価計算については、次の文献を参照されたい。越村信三郎『行列原価計算』第三出版、1971年。

$D' = (d'_1 \ d'_2 \mid d'_3 \ d'_4) = (D'_1 \ D'_2)$ とおく。すなわち、小行列 D'_1 は製造部門への賦課額を、 D'_2 は補助部門への賦課額を表わす。数式一覧(ii)より、製造部門への賦課額 D'_1 は

$$D'_1 = (d'_1 \ d'_2) = (c'_{11} + c'_{21} \ c'_{12} + c'_{22}) \\ = (p'_1 \times q'_{11} + p'_2 \times q'_{21} \ p'_1 \times q'_{12} + p'_2 \times q'_{22}) \text{ であるから,}$$

$$\therefore D'_1 = (p'_1 \ p'_2) \begin{pmatrix} q'_{11} & q'_{12} \\ q'_{21} & q'_{22} \end{pmatrix} \dots\dots\dots \text{となる。}$$

同様に、部門個別費の補助部門への賦課額 D'_2 は、

$$D'_2 = (p'_1 \ p'_2) \begin{pmatrix} q'_{13} & q'_{14} \\ q'_{23} & q'_{24} \end{pmatrix} \dots\dots\dots \text{である。}$$

ここで、数量要因をまとめて、 $Q' = \left(\begin{array}{cc|cc} q'_{11} & q'_{12} & q'_{13} & q'_{14} \\ q'_{21} & q'_{22} & q'_{23} & q'_{24} \end{array} \right) = (Q'_1 \ Q'_2)$ とおく。すなわち、小行列 Q'_1 は製造部門への数量要因を、 Q'_2 は補助部門への数量要因を表わす。上式に $Q'_1 \cdot Q'_2$ を代入すれば、 $D'_1 = (p'_1 \ p'_2) Q'_1 \dots\dots\dots$ 、
 $D'_2 = (p'_1 \ p'_2) Q'_2 \dots\dots\dots$

4 - 3 . 部門共通費の配賦

次いで、表(iii)の関係を数式で表わせば、数式一覧(iii)を得る。ここで、部門共通費配賦額

数式一覧 (iii)

	Department j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
$c''_1 (= p''_1 \times q''_1)$	$c''_{11} = \quad_{11} \times c''_1$	$c''_{12} = \quad_{12} \times c''_1$	$c''_{13} = \quad_{13} \times c''_1$	$c''_{14} = \quad_{14} \times c''_1$
$c''_2 (= p''_2 \times q''_2)$	$c''_{21} = \quad_{21} \times c''_2$	$c''_{22} = \quad_{22} \times c''_2$	$c''_{23} = \quad_{23} \times c''_2$	$c''_{24} = \quad_{24} \times c''_2$
D''	d''_1	d''_2	d''_3	d''_4

を $D'' = (d''_1 \ d''_2 \mid d''_3 \ d''_4) = (D''_1 \ D''_2)$ とおく。すなわち、小行列 D''_1 は製造部門への配賦額を、 D''_2 は補助部門への配賦額を表わす。また、資料(5)の配賦基準 A を行列に書き直して、

$$A = \left(\begin{array}{cc|cc} 0.32 & 0.40 & 0.16 & 0.12 \\ 0.30 & 0.50 & 0.10 & 0.10 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \end{pmatrix} \text{ とおく。}$$

そして、小行列に分割すれば、 $A_1 = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}$ 、 $A_2 = \begin{pmatrix} \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{23} & \alpha_{24} \end{pmatrix}$ となる。

従って、数式一覧 (iii) より、部門共通費の製造部門への配賦額は、

$$D''_1 = (d''_1 \quad d''_2) = (\alpha_{11} \times c''_1 + \alpha_{21} \times c''_2 \quad \alpha_{12} \times c''_1 + \alpha_{22} \times c''_2)$$

$$= (\alpha_{11} \times p''_1 \times q''_1 + \alpha_{21} \times p''_2 \times q''_2 \quad \alpha_{12} \times p''_1 \times q''_1 + \alpha_{22} \times p''_2 \times q''_2) \text{ であるから,}$$

$$\therefore D''_1 = (p''_1 \quad p''_2) \begin{pmatrix} q''_1 & 0 \\ 0 & q''_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \dots\dots\dots$$

同様にして, $D''_2 = (p''_1 \quad p''_2) \begin{pmatrix} q''_1 & 0 \\ 0 & q''_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{23} & \alpha_{24} \end{pmatrix} \dots\dots\dots$

ここで, 数量要因を対角行列 $Q'' = \begin{pmatrix} q''_1 & 0 \\ 0 & q''_2 \end{pmatrix}$ とおき, 式に代入すれば,

$$D''_1 = (p''_1 \quad p''_2) Q'' A_1 \dots\dots\dots'$$

$$D''_2 = (p''_1 \quad p''_2) Q'' A_2 \dots\dots\dots'$$

4 - 4 . 部門(固有)費の合計

以上の(2)・(3)の計算過程 (数式一覧(ii)・(iii)) をまとめれば, 数式一覧(iv)を得る。

数式一覧 (iv)

	Department j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
D'	$d'_1 = c'_{11} + c'_{21}$	$d'_2 = c'_{12} + c'_{22}$	$d'_3 = c'_{13} + c'_{23}$	$d'_4 = c'_{14} + c'_{24}$
D''	$d''_1 = c''_{11} + c''_{21}$	$d''_2 = c''_{12} + c''_{22}$	$d''_3 = c''_{13} + c''_{23}$	$d''_4 = c''_{14} + c''_{24}$
D	d_1	d_2	d_3	d_4

ここで, 部門(固有)費を $D = (d_1 \quad d_2 \mid d_3 \quad d_4) = (D_1 \quad D_2)$ とおく。すなわち, 小行列 D_1 は製造部門(固有)費を, D_2 は補助部門(固有)費を表わす。数式一覧(iv)より, 製造部門(固有)費 D_1 は,

$$D_1 = D'_1 + D''_1 \dots\dots\dots \text{となる。}$$

同様にして, 補助部門(固有)費は, $D_2 = D'_2 + D''_2 \dots\dots\dots$ となる。

そこで, 上式に '・' を, '・' を代入すれば, 次式 '・' を得る。

$$D_1 = (p'_1 \quad p'_2) Q'_1 + (p''_1 \quad p''_2) Q'' A_1 \dots\dots\dots'$$

$$D_2 = (p'_1 \quad p'_2) Q'_2 + (p''_1 \quad p''_2) Q'' A_2 \dots\dots\dots'$$

4 - 5 . 補助部門費の再配賦

次に, 表(v)の関係を数式で表わせば, 数式一覧(v)を得る。

数式一覧 (v)

	Department j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
D	$d_1 = d'_1 + d''_1$	$d'_2 = c'_{12} + c'_{22}$	$d'_3 = c'_{13} + c'_{23}$	$d'_4 = c'_{14} + c'_{24}$
D'''_2			d'''_3	d'''_4
d'''_3	$_{11} \times d'''_3$	$_{12} \times d'''_3$		$_{14} \times d'''_3$
d'''_4	$_{21} \times d'''_4$	$_{22} \times d'''_4$	$_{23} \times d'''_4$	
D'''_1	$d'''_1 = _{11} \times d'''_3 + _{21} \times d'''_4$	$d'''_2 = _{12} \times d'''_3 + _{22} \times d'''_4$	0	0
D^*	$d^*_1 = d_1 + d'''_1$	$d^*_2 = d_2 + d'''_2$		

なお、資料(6)の配賦基準Bを行列に書き直して、

$$B = \left(\begin{array}{cc|cc} 0.40 & 0.50 & 0.00 & 0.10 \\ 0.40 & 0.40 & 0.20 & 0.00 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc|cc} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{14} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} \end{array} \right) \text{とおく。}$$

そして、小行列に分割すれば、 $B_1 = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} \beta_{13} & \beta_{14} \\ \beta_{23} & \beta_{24} \end{pmatrix}$ となる。

ここで、 $\left\{ \begin{array}{l} \text{総製造部門費：} D^* = (d^*_1 \quad d^*_2) \\ \text{製造部門への総補助部門費再配賦額：} D'''_1 = (d'''_1 \quad d'''_2) \\ \text{総補助部門費：} D'''_2 = (d'''_3 \quad d'''_4) \end{array} \right.$ とにおいて、設例の計算

順に、行列に変換する。

まず、総補助部門費 $D'''_2 = (d'''_3 \quad d'''_4)$ は、資料(6)の配賦基準Bと補助部門(固有)費 D_2 から、連立方程式法により求められた。よって、設例の連立1次方程式を行列の形に書き改めれば、

$$(d'''_3 \quad d'''_4) \begin{pmatrix} 1 & -0.10 \\ -0.20 & 1 \end{pmatrix} = (900 \quad 400) \text{ であり、さらに次のように変形できる。}$$

$$(d'''_3 \quad d'''_4) \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.00 & 0.10 \\ 0.20 & 0.00 \end{pmatrix} \right] = (900 \quad 400)$$

ここで、 $(d_3 \quad d_4) = (900 \quad 400)$, 小行列 $B_2 = \begin{pmatrix} \beta_{13} & \beta_{14} \\ \beta_{23} & \beta_{24} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.00 & 0.10 \\ 0.20 & 0.00 \end{pmatrix}$ であるから、

$$(d'''_3 \quad d'''_4)(I - B_2) = (d_3 \quad d_4) \text{ となる。}$$

そして、 $\det(I - B_2) \neq 0$ であるから、 $(d'''_3 \quad d'''_4) = (d_3 \quad d_4)(I - B_2)^{-1}$

$$\therefore D'''_2 = D_2(I - B_2)^{-1} \dots\dots\dots$$

次に、製造部門への総補助部門費再配賦額 D'''_1 は、数式一覧(v)より

$$D'''_1 = (d'''_1 \quad d'''_2)$$

$$= (\quad _{11} \times d'''_3 + \quad _{21} \times d'''_4 \quad \quad _{12} \times d'''_3 + \quad _{22} \times d'''_4) = D'''_2 \times B_1 \text{ であるから、}$$

式を代入して、 $D''_1 = D_2 (I - B_2)^{-1} B_1$

最後に、総製造部門費 D^* は、製造部門(固有)費 D_1 と補助部門費再配賦額 D''_1 の和になるから、
 $D^* = D_1 + D''_1$

式を代入して、 $D^* = D_1 + D_2 (I - B_2)^{-1} B_1$

さらに、'・'式を代入すれば

$$D^* = (p'_1 \ p'_2) Q'_1 + (p''_1 \ p''_2) Q''A_1 + \{(p'_1 \ p'_2) Q'_2 + (p''_1 \ p''_2) Q''A_2\} (I - B_2)^{-1} B_1 \dots\dots\dots'$$

4 - 6 . 総製造部門費の配賦

場所別計算の最後に、表 (vi) の総製造部門費の配賦を数式化すれば、数式一覧 (vi) を得る。

数式一覧 (vi)

	Goods k = 1	(k = 2)
d^*_1	$d^*_{11} = \gamma_{11} \times d^*_1$	$(d^*_{12} = \gamma_{12} \times d^*_1)$
d^*_2	$d^*_{21} = \gamma_{21} \times d^*_2$	$(d^*_{22} = \gamma_{22} \times d^*_2)$
Total	g^*_1	(g^*_2)

なお、資料(7)の配賦基準 を行列に書き直して、

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0.50 & 0.50 \\ 0.40 & 0.60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{pmatrix} = (\Gamma_1 \ \Gamma_2)$$

よって、小行列に分割して、 $\Gamma_1 = \begin{pmatrix} \gamma_{11} \\ \gamma_{21} \end{pmatrix}$ とおく。

(Γ_2 は、製品 2 への総製造部門費配賦基準であり、ここでは不問。)

従って、製品 1 への総製造部門費配賦額を $g^*_1 = (d^*_{11} \ d^*_{21})$ とおくと、 $g^*_1 = D^*_1 \times \Gamma_1$ であるから、式を代入して、 $g^*_1 = \{D_1 + D_2 (I - B_2)^{-1} B_1\} \Gamma_1$

また、'式を代入すれば

$$g^*_1 = [(p'_1 \ p'_2) Q'_1 + (p''_1 \ p''_2) Q''A_1 + \{(p'_1 \ p'_2) Q'_2 + (p''_1 \ p''_2) Q''A_2\} (I - B_2)^{-1} B_1] \Gamma_1 \dots\dots\dots' \text{となる。}$$

4 - 7 . 製品原価の算定

以上より、製品 1 の製造原価 K_1 は、直接費賦課額と総製造部門費配賦額の総和であるから、

$$K_1 = g_1 + g^*_1 \dots\dots\dots \text{となる。}$$

また、上式に '・' を代入すれば、下式 'が導かれる。

$$K_1 = (p'_1 \ p'_2) Q_1 + [(p'_1 \ p'_2) Q'_1 + (p''_1 \ p''_2) Q''A_1 + \{(p'_1 \ p'_2) Q'_2 + (p''_1 \ p''_2) Q''A_2\} (I - B_2)^{-1} B_1] \Gamma_1 \dots\dots\dots'$$

5. 計算公式の構造

前節では、集計表の数値間の関係を行列によって数式化することを通して、上記の計算公式'を導出した。以下では、この計算公式'の数学的な意味を検討することにしよう。

数値に対して演算処理を施す場合、数値の測度 (measure) が同質でなければ有効とはいえない。そこで、上式'の両辺の組成を測度から見ていくこととする⁸⁾。

まず、左辺の製品原価 K_1 の測度は、いうまでもなく貨幣単位である。一方、右辺は、価格要因ベクトルと数量要因の行列の内積から組成されている。すなわち、右辺は、価格要因と数量要因の加重合計から成っているのである。このことは、計算公式'から行列の形 (行と列の数) だけを取り出して次式"のように表せば、より一層明らかになる。"式は、1行2列のベクトルと2行1列のベクトルの乗積の形にまとめられる。

$$K_1 = (1 \times 2)(2 \times 1) + [(1 \times 2)(2 \times 2) + (1 \times 2)(2 \times 2)(2 \times 2) + \{(1 \times 2)(2 \times 2) + (1 \times 2)(2 \times 2)(2 \times 2)\}(2 \times 2)(2 \times 2)](2 \times 1) \dots \dots \dots "$$

次に、右辺の項毎に組成を見てみると、右辺の第1項については、数量要因の小行列 Q_1 の測度は、[物量単位] である。また、価格要因ベクトル (p_1 p_2) の成分は単価であるから、その測度は [貨幣単位 / 物量単位] である。すなわち、価格要因ベクトルは、単に価格要因を表わすだけでなく、物量単位から貨幣単位への変換係数という役割を果たしていることを意味している。なお、価格要因ベクトルは、要素別計算の段階において、一般会計から受け容れた購入(雇入)高に基づいて算定される。そこでは、市場取引の測度が採り入れられることになる。

同様に、第2項の大括弧は、測度を [物量単位] とする行列 Q'_1 , Q'_2 および Q'' と [貨幣単位 / 物量単位] とするベクトル (p'_1 p'_2) と (p''_1 p''_2) の内積から成っている。また、各項には、配賦基準の小行列 A_1 , A_2 , B_1 , B_2 (正確には単位行列 I との差の逆行列) さらに 1 が乗じられている。

以上より、上式'は一見すると煩雑であるが、価格要因と数量要因の乗積が複合する、入れ子構造 (nested construction) となっていることが明らかになる⁹⁾。すなわち、要素別計算において市場で取引される際の測度を採り入れる形で、価格要因と数量要因の乗積が加重され統合されていく多項式となっている。従って、原価の計算公式は、価格要因と数量要因の乗積が計算の各段階で展開されるものとして、整理することができる。

8) 山口操教授は、原価計算 (物量アウトプット = 金額インプット計算) の特徴を、損益計算 (金額アウトプット = 金額アウトプット計算) と対比されて、均整の取れない計算と表現されている。山口操「成価」概念と成価原価計算」『三田商学研究』第32巻第5号, 1989年12月, 61-62頁。

9) 夷谷廣政教授は、計算理論の相似的発展過程から自己同一性を論証されている。夷谷廣政「経営経済学と仮説形成の論理」『商学研究年報』第15号, 1990年3月, 28-36頁。

6. 結びにかえて

伝統的な原価計算論は、果たしてこれまで究極まで考え尽くされたといえるのであろうか。まだ多くの問題が取り残されたままであるように思われるのである。本稿では、そうした意味を込めて、伝統的な製品原価の計算式を通算的に取り上げて、前哨的とはいえその数学的な意味を捉え直そうと試みたに過ぎない¹⁰⁾。そこでは、設例を呈示し、その伝統的な解法を行列によって数式化する作業を通して、計算公式を分析した。既に見てきたように、伝統的な原価計算論は、その計算公式から見ると、価格要因と数量要因の乗積が複合する入れ子構造を採っていることが類推できる。そのことは、原価計算論の生成において独自の意味を持つものであろう。本稿は元より試論の域を出ないが、改めて入れ子という計算公式の構造の視角から、種々の原価計算論を整理していくことが構想されても良いように思われるのである。

10) 原価計算に行列を適用する試みは、部門別計算（特に、補助部門費の再配賦）の精緻化において行われてきたが、全ての計算段階に見透して行列を適用する例はなかったように思われる。なお、行列による部門別計算の解法については、次の文献を参照されたい。佐藤精一「部門別原価計算への経済学的、数学的研究」『會計』第102巻第5号、1972年11月、3 53頁。