

ブル市場・ベア市場持続期間の統計分析*

柴田 舞**

I はじめに

株式市場の状態を表す有名なフレーズに「ブル市場・ベア市場」がある。株価が上昇していく状態は、ブルすなわち水牛が角を突き上げる様子にととえて、ブル市場と呼ばれる。一方、株価が下落していく状態は、ベアすなわち熊が爪を振り下ろす様子にととえて、ベア市場と呼ばれる。

株式市場で取引されている数多くの株の株価は、それぞれのファンダメンタルズで決まる価格をベースに、それぞれ独自の変動をする。それと同時に、多くの株価が同方向へ変化する様子も観測される。このように市場全体が、数カ月から数年にわたって景気循環のように変化する市場局面が、ブル市場とベア市場として表現される。

ブル市場やベア市場という市場局面を適切に把握することは、投資のためだけではなく、GDP等のマクロ変数よりも早く株価指数が経済状況を反映するという指摘等から明らかなように、将来の経済状況の予測にも重要である。

そこで、1つのブル市場やベア市場が続いている期間の長さの特徴がわかれば、ブル市場やベア市場が終わって次の市場状態へと変わる時期の予測に役立つ。

柴田(2010)は東京証券取引所市場1部に上場されている全銘柄の値動きを反映した株価指数であるTOPIX(東証株価指数)を使って、1949年から2008年までの各時点について、東証がブル市場とベア市場のどちらであったのかを区別した。こ

の結果を用いると、これまでのブル市場とベア市場の持続期間が明らかになる。本稿では、まずブル市場とベア市場の持続期間について統計的特徴を明らかにし、続いてハザード率の推定を行う。

持続期間の分析に広く用いられているハザード率をブル市場やベア市場の持続期間分析に応用した研究にCochran and Defina(1995)がある。持続期間をモデル化し、そのパラメータを推定することで、ブル市場・ベア市場の持続期間に対して、そのブル市場・ベア市場が終わる率が明確になる。また、ハザード率とともに生存率がわかるので、ブル市場・ベア市場の持続期間に対してそのブル市場・ベア市場が続いている確率もわかる。

本稿の構成は以下のとおりである。第Ⅱ節で分析データの説明と東証のブル市場・ベア市場の区別、さらには持続期間の統計的特徴を明らかにする。続いて第Ⅲ節では、ブル市場とベア市場のそれぞれについてハザード率のモデルと推定方法の説明、推定結果の解釈を行う。さらに、東証のブル市場で観測された特別に長い持続期間を除外してブル市場のハザード率を再推定して、その結果を考察する。第Ⅳ節では、第Ⅲ節で得られたモデルの推定結果から、ブル市場とベア市場の持続期間に対応するブル市場とベア市場が終わる確率を明らかにする。最後の第Ⅴ節でまとめを述べる。

Ⅱ 東京証券取引所のブル市場・ベア市場と持続期間

まずはじめに、東京証券取引所のブル市場とベア市場の区別を確認する。続いて、それぞれの市

* 本稿で使用したデータは東京証券取引所より提供していただいた。ここに記して感謝の意を表したい。なお、本稿にある誤りの責任はすべて筆者に属する。本研究は科研費(若手(B), 課題番号:21730256)の助成を受けたものである。

** しばた まい 立教大学経営学部助教 mai@rikkyo.ac.jp

場の持続期間の特徴を統計処理によって明らかにする。

1 TOPIX と持続期間

ブル市場・ベア市場という表現が株式市場の全体的な変動を把握する表現であるため、東京証券取引所（東証）のブル市場とベア市場を分析するためには、東証で取引されている全銘柄の動向を反映した指数を使わなければならない。そこで、本稿では TOPIX（東証株価指数）を分析に用いる。TOPIX は東京証券取引所市場第一部に上場されている全ての銘柄の、1968年1月4日時点での時価総額の合計を100とした株価指数であり、1969年7月1日から公開されている。本稿では、それ以前の遡及データも併せて、1949年5月から2010年8月までの TOPIX を分析対象とした¹。また、TOPIX の月末値を分析に用いた。

ブル市場・ベア市場は数カ月から数年にわたって続くため、分析期間を十分に長くしないと、十分なデータを集めることができない。そこで、本研究では可能な限り分析対象期間を長くしている。

ブル市場とベア市場を過去の株価指数を使って判断する代表的な方法の1つは、一定の期間の中での TOPIX の最高値である山と、最低値である谷を探し出し、谷から山までの株価指数が上向きに変化している期間をブル市場、逆に山から谷の下向きに変化している期間をベア市場とするシンプルな方法である。

この代表的な方法は Bry and Boschan (1971) の方法である。もとはマクロ経済系列の山と谷を特定するために開発された方法ではあるものの、Pagan and Sossounov (2003), Gonzalez et al. (2005), 柴田 (2010) などで株価指数の山と谷の決定にも応用されている。本稿では BB 法と表記する。

柴田 (2010) が BB 法で決定した TOPIX の山と谷に、さらに分析期間を延ばして新しい山と谷を追加して、表1にまとめた²。山と谷の決定方法は次のとおりである。前後8カ月の中で山と谷の候補を挙げて、系列の始めと最後の6カ月以内の山と谷を候補から外し、さらに、山から次の山まで、あるいは谷から次の谷までが16カ月以上、山から谷あるいは谷から山までの期間が4カ月以上であるかをチェックした。このように山と谷を

表1 ブル市場・ベア市場転換点

谷	山	持続期間(ベア) ^a	持続期間(ブル) ^b
1950/06	1953/01	13 ^c	31
1954/10	1957/04	21	30
1957/12	1961/06	8	42
1962/10	1963/04	16	6
1965/06	1966/03	26	9
1967/12	1970/03	21	27
1970/12	1973/01	9	25
1974/10	1981/07	21	81
1982/09	1989/12	14	87
1992/07	1993/08	31	13
1995/06	1996/06	22	12
1998/10	1999/12	28	14
2003/03	2007/06	39	51
2009/02		20	18 ^d
平均		20.643	31.857
標準偏差		8.545	25.498
最小値		8	6
最大値		39	87

注：柴田 (2010, 表6-2) に掲載されている結果に、さらに最後の山と谷を付け加えた。

a) ベア市場は TOPIX の山の翌月から次の谷の年月まで続いたとした。

b) ブル市場は TOPIX の谷の翌月から次の山の年月まで続いたとした。

c) 最初のベア市場は標本期間最初の1949年6月に始まる。

d) 最後のブル市場は、最後に観測される谷の翌月から標本期間最後の2010年8月まで続いたとした。

決定するために必要とされる4つの条件の期間を変えると、当然ではあるが山や谷の結果は変わる。本稿では、柴田 (2010) が5通りの方法を試した中でもっとも素晴らしい結果を用いた。

表1の山と谷の年月でブル市場とベア市場が区別される。ベア市場は TOPIX の山がある月の翌月に始まり次の谷がある月に終わり、一方のブル市場は谷がある月の翌月に始まり次の山がある月に終わるとした。ブル市場とベア市場を区別し、それぞれのブル市場・ベア市場の持続期間も表1に記載してある。

2 持続期間の統計分析

表1にまとめられているブル市場とベア市場の持続期間を、データ区間を5としてヒストグラムに表した。ブル市場の持続期間のヒストグラムは図1に、ベア市場は図2に描かれている。これらの図によると、ブル市場とベア市場で持続期間の統計的特徴は明らかに異なっている。まず持続期間の長さ注目すると、ブル市場の持続期間は短

図1 ヒストグラム：ブル市場の持続期間

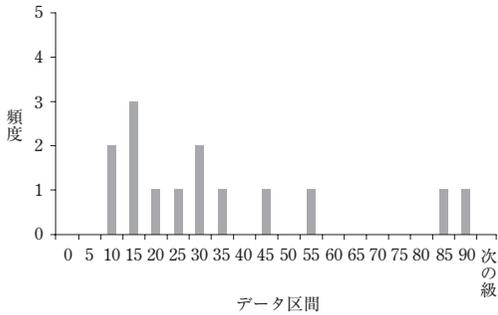
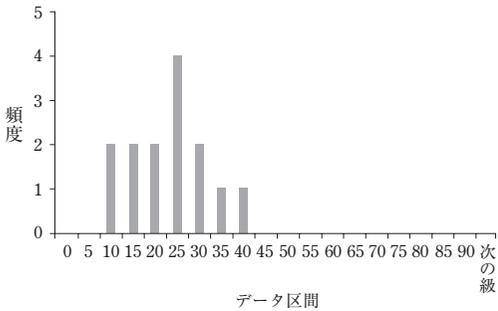


図2 ヒストグラム：ベア市場の持続期間



いものから長いものまで広く観測されている一方、ベア市場の持続期間はある一定の範囲にまとまっている。なお、持続期間の最小値と最大値は表1にも記載してあるが、最小値はブル市場は6カ月でベア市場は8カ月と大きく異なる一方、最大値はブル市場は87カ月であるのに対してベア市場は半分以下の39カ月と短い。

次に、観測された持続期間の集まり具合をヒストグラムで確認すると、ブル市場(図1)では特定の持続期間に集まっていない一方、ベア市場(図2)では20から25のデータ区間に他より多くの持続期間が観測されている。このような特性のために、持続期間の平均も標準偏差も、ブル市場の方が高い値を示している(表1)。

基本統計量とヒストグラムの分析をまとめると以下のとおりである。持続期間が短いとベア市場はまだ続くと思われ、持続期間が20カ月から25カ月程度になるとベア市場が終わることが多い。それよりも長い期間にわたってベア市場が続くこともあるものの、40カ月までにはベア市場は終わる。一方のブル市場の持続期間に特徴点は認められない。

III ハザード率の推定

前節の統計分析結果によると、ある程度まで持続期間が長くなれば、ベア市場からブル市場へと市場状態が変化している。すなわち、市場状態が長くなるほど、ベア市場からブル市場へと市場状態が変化する確率が高まると解釈できる。その一方で、ブル市場にはこのような関係はなさそうである。そこで、持続期間モデルを推定し、この関係があるかどうか、あるのであれば具体的にどのような関係なのかを分析する。

1 モデルと推定方法

持続期間と市場状態が変化する確率の分析した Cochran and Defina (1995), Sichel (1991) のモデルを推定する。

ブル市場とベア市場の別にハザード率を推定する。ハザード率とは仮に期間 d 期までブル市場あるいはベア市場が続いた直後の期にブル市場あるいはベア市場が終わる率を表す。

ハザード率に広く使われているウエイブル分布を想定すると、

$$\lambda(d_i) = \alpha \beta d_i^{\beta-1} \quad (1)$$

と表される。ただし $\beta > 0$ という制約がある。 α, β はパラメータ、 d_i は i 番目のブル市場(ベア市場)の持続期間(月)である。 i は何番目のブル市場(ベア市場)なのかを表しており、 $i = 1, \dots, N$ とする。 N はブル市場(ベア市場)の数を表し、 $N = 14$ である。

ハザード率は最尤法で推定される。ただし2点について注意しなければならない。

表1に掲載されている TOPIX の山と谷を決定した BB 法では、前述のとおり、複数の事前設定値が必要である。すなわち、ブル市場とベア市場の持続期間は一定の値以上であるので、切断された観測値である (Abraham and Farber, 1987; Cochran and Defina, 1995)。

持続期間が切断されていることを考慮して Abraham and Farber (1987) が導出した尤度関数によると、ベア市場の尤度関数は

$$\ln L = \sum_{i=1}^N [\ln(\alpha\beta) + (\beta - 1) \ln(d_i) - \alpha(d_i^\beta - d_0^\beta)] \quad (2)$$

となる。ただし、 d_0 は切断された値である。表 1 の山と谷の決定において山と谷の間が 4 カ月以上であるという条件があるので、 $d_0 = 4$ と仮定した推定、 $d_0 = 5$ と仮定した推定という具合に、 $d_0 = 4$ から d_i の最小値まで 1 つずつ増やしてモデルを推定する。

ブル市場の尤度は上記の切断の問題に加えて、最後のブル市場が終了する年月が未確定である点も考慮しなければならない。もしも標本期間がさらに長くなれば、最後のブル市場の持続期間もさらに長くなる可能性がある。この問題を取り入れて、最後のブル市場の持続期間を d_N とし、ブル市場の対数尤度関数 ($\ln L$ とする) は、

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N-1} [\ln(\alpha\beta) + (\beta - 1) \ln(d_i) - \alpha(d_i^\beta - d_0^\beta) - \alpha(d_N^\beta - d_0^\beta)] \quad (3)$$

と表される。ブル市場とベア市場の尤度関数の導出について、詳しくは Abraham and Farber (1987) を参照されたい。

2 推定結果の考察

モデルのパラメータの推定値、標準誤差、そして対数尤度の値は表 2 にまとめられている。

まず、 β の推定結果に注目して、持続期間と市場状態が変化する確率に関係があるのか、あるとしたらどのような関係なのかを分析する。ここで β の解釈を確認しておく。① β が 1 を超えていれば、持続期間が長くなるにつれて、市場状態の変化が生じる確率が高まる。② β が 1 を下回ってれば、持続期間が長くなるにつれて、市場状態の変化が生じる確率が低くなる。③ β が 1 と異なら

ないのであれば、持続期間と、市場状態の変化が起こる確率の間には、何ら関係が認められない。

表 2 にまとめた推定値と標準誤差を使って、上記 3 通りのどれに当てはまるのか仮説検定する。表 2 によると β の推定値は全てのケースで 1 を下回らないので、上記の①あるいは③のどちらなのかを判断すればよい。すなわち、 $\beta > 1$ であることを帰無仮説、帰無仮説が成立しないことを対立仮説として仮説検定を行う。

検定結果によると、ブル市場では d_0 の値に関係なく β は統計的に 1 と異ならないという結果が得られた。一方、ベア市場では d_0 の値によって結果は異なるものの、多くの場合で $\beta > 1$ の帰無仮説が棄却されない。中でも d_0 の値が小さいほど、低い有意水準でも帰無仮説が棄却されないという結果が得られた。

仮説検定結果をまとめると、ブル市場では持続期間が長くなってもブル市場が終わる確率が高まることのない一方、ベア市場では、持続期間が長くなるにつれてベア市場が終わる確率が高まっていくことがわかった。

これまでに観測された持続期間を再度、確認する。表 1 によると、最長の持続期間はベア市場では 39 カ月であるのに対して、ブル市場では 87 カ月とベア市場の 2 倍以上に達する。2 番目に長い持続期間も 81 カ月と十分に長い。ブル市場のヒストグラム (図 1) によると、これら 2 つのブル市場の持続期間は、他のブル市場の持続期間と比べて、非常に長いことがわかる。これら 2 回のブル市場が、特別な状況によって観測されたと考えてデータを除外し、残りのブル市場の持続期間

表 2 推定結果

	ブル					
	推定値		標準誤差		対数尤度	
	α	β	α	β		
$d_0 = 4$	0.0143	1.2101	0.0204	0.3492	-57.0360	
$d_0 = 5$	0.0202	1.1311	0.0306	0.3670	-56.6770	
$d_0 = 6$	0.0306	1.0384	0.0502	0.3884	-56.2420	
	ベア					
$d_0 = 4$	0.0003	2.6229 ***	0.0005	0.5870	-48.9070	
$d_0 = 5$	0.0003	2.5630 ***	0.0007	0.6068	-48.7900	
$d_0 = 6$	0.0004	2.4790 ***	0.0009	0.6283	-48.6100	
$d_0 = 7$	0.0007	2.3641 **	0.0015	0.6538	-48.3500	
$d_0 = 8$	0.0011	2.2086 **	0.0027	0.6924	-47.9800	

注：***は 1%、**は 5%、*は 10% で統計的に有意に 1 と異なることを表す (片側検定)。

表3 推定結果：ブル市場再考

	ブル				対数尤度
	推定値		標準誤差		
	α	β	α	β	
$d_0 = 4$	0.00394	1.69350*	0.00722	0.50883	-43.43800
$d_0 = 5$	0.00569	1.59720	0.01093	0.52784	-43.19200
$d_0 = 6$	0.00915	1.47400	0.01882	0.55704	-42.86200

注：*は10%で統計的に有意に1と異なることを表す（片側検定）。ブル市場の持続期間のデータから、81（1974年10月から始まるブル市場）と87（1982年9月から始まるブル市場の持続期間）を除いてモデルを推定した結果である。

データだけを用いて、モデルを再推定し、ブル市場の持続期間とブル市場が終わる確率との関係を確認し直す。

推定結果は表3にまとめられている。推定値と標準誤差を使って仮説検定を行ったところ、 d_0 の値に関係なく全ての場合について、 β は1を有意には上回っていない。特別に長いと思われる2つの期間を除いても、ブル市場が終わる確率と市場状態の持続期間には関係が認められない。

IV 持続期間と市場状態変化の確率

ベア市場では、持続期間が長くなるにつれてベア市場が終わる確率が高まることがわかった。本節ではこの確率が高まる程度を具体的に表す。

まず、(1)式のハザード率を推定する。(1)式のパラメータ α と β に推定値を入れて、ベア市場の持続期間 d_i を1から順に増やすことで、各持続期間におけるハザード率が推定される。

ベア市場のハザード率は図3に描かれている。持続期間が長くなるとハザード率が高まっており、持続期間とともにベア市場が終わる率が高くなっ

ていくことがわかる。また、上昇具合が次第に高まっていくことも確認される。

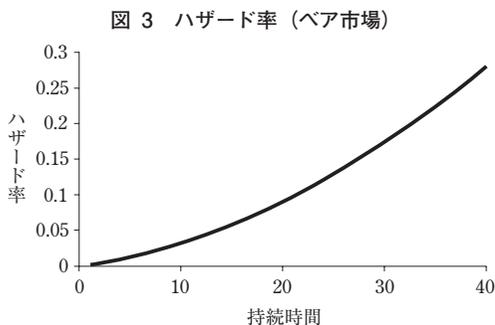
ウェイブル型ハザード率を仮定した場合の生存率は、

$$S(d = d_i) = \exp(-\alpha d_i^\beta) \quad (4)$$

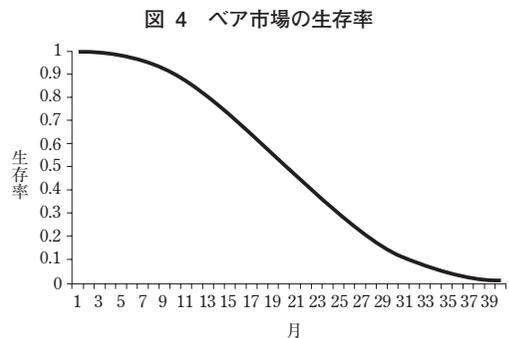
であることが知られている。生存率は $S(d = d_i) = \text{Prob}(d \geq d_i)$ とも表される。すなわち、ブル市場・ベア市場が少なくとも d_i カ月にわたって続いている確率である。

(4)式に α と β の推定値を代入し、持続期間 d_i を1から順に増やすと、各持続期間の生存率がわかる。図4に、ベア市場の持続期間と生存率の関係を図示した。ただし $d_0 = 4$ のケースである。縦軸は生存率、横軸はベア市場の持続期間であり、これまでに観測された持続期間の最長期間である40カ月までとした。

図4によると、持続期間の増大とともに生存率は低下することは明らかである。低下する程度は異なっており、持続期間が短いうちには高く、その後急激に低下していく。この特徴は、すなわち、ベア市場の持続期間が集中していることが原因である。なお、ベア市場の持続期間の平均値が20.643（表1）なので、持続期間が20カ月と21



注： $d_0 = 4$ を図示した。



注： $d_0 = 4$ を図示した。

カ月に注目すると、20カ月での生存率は0.502、21カ月の生存率は0.457である。このように、平均的な長さの持続期間が観測されると、ベア市場が終わる確率と続く確率がほぼ同じとなる。持続期間がさらに高まると、生存率は低下していく。仮にベア市場が30カ月続いたとすると、生存率は0.136、40カ月続くと0.014となる。

V ま と め

本稿では、東京証券取引所のブル市場とベア市場について、TOPIXから得られる最長期間を分析対象として、持続期間の長さでブル市場・ベア市場が続く確率を分析した。その結果、持続期間が長くなるにつれて、ベア市場が続いている確率が低下することが判明した。

ベア市場の持続期間は約20カ月の平均の周りに集中して観測されていることと、モデルのパラメータも統計的に有意に推定されていることから、ベア市場については持続期間の情報があれば、そのベア市場が続く期間がわかる。

その一方、ブル市場には明確な関係が認められなかった。ブル市場の持続期間から極端に長い持続期間を除いたとしても、持続期間と市場状態が変化する確率に関する関係は認められなかった。ブル市場が終わる確率を特定化するためには、持続期間の情報だけでなく、さらに追加的な情報も必要とされるのであろう。

東京証券取引所について、ブル市場とベア市場とで異なる結果が明らかになったものの、ベア市場だけに持続期間との関係が認められる原因については、今後の研究課題として取り組みたい。

注

- 1 標本のうち1976年12月までは東京証券取引所から購入し、1977年1月以降のTOPIXは日経NEEDSから取得した。
- 2 柴田(2010)では2つの手法、2あるいは3種類の事前設定値を用いて、ブル市場・ベア市場の転換点を決定している。

参考文献

柴田舞(2010)、「我が国におけるブル・ベア市場の区別と

- リターンの統計分析」津田博史・山田雄二・中妻照雄編『定量的信用リスク評価とその応用——ジャファイア・ジャーナル 金融工学と市場計量分析』186-220頁。
- Abraham, K. G. and H. S. Farber (1987), "Job Duration, Seniority, and Earnings," *American Economic Review*, 77(3): 278-297.
- Bry, G. and C. Boschan (1971), *Cyclical Analysis of Time Series: Selected Procedures and Computer Programs*, National Bureau of Economic Research.
- Cochran, S. J. and R. H. Defina (1995), "Duration Dependence in the US Stock Market Cycle: A Parametric Approach," *Applied Financial Economics*, 5: 309-318.
- Gonzalez L., J. G. Powel, J. Shi and A. Wilson (2005), "Two Centuries of Bull and Bear Market Cycles," *International Review of Economics and Finance*, 14: 469-486.
- Pagan, A. R. and K. A. Sossounov (2003), "A Simple Framework for Analysing Bull and Bear Markets," *Journal of Applied Econometrics*, 18: 23-46.
- Sichel, D. E. (1991), "Business Cycle Duration Dependence: A Parametric Approach," *Review of Economics and Statistics*, 73(2): 254-260.